5

Primaria

Aritmética

Edición Digital

Perú

GENIOMATIC

Cuaderno de actividades

Aritmética 5

Primaria

Autor
Hernán Hernández Bautista

Copyright©Hernán Hernández

Primera edición 2021

Asesoría Académica
Mg. Liz Limaylle Guzmán

Diseño y Diagramación
Gino Moisés Samamé Lobatón

Editado por: GENIOMATIC E.I.R.L.
Jr. Flosferri N° 616, Urb. Inca Manco Cápac II Etapa,
San Juan de Lurigancho, Lima
Telf.: (01) 767 0437
geniomaticeirl@gmail.com
www.geniomatic.com

Primera edición: Enero 2021

EDICIÓN DITITAL 2021

Obra producida por **GENIOMATIC E.I.R.L.**
Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio,
sin permiso escrito del autor.

Cómo está organizado tu cuaderno de actividades

PÁGINA INICIAL DE LA UNIDAD

Número de la Unidad

Imagen secundaria
Imagen que ilustra el mensaje del Enfoque Transversal sugerido para la unidad.

Competencia
Indica la competencia que desarrolla el Cuaderno de Actividades.

Capacidades
Contiene las capacidades correspondientes a la competencia.

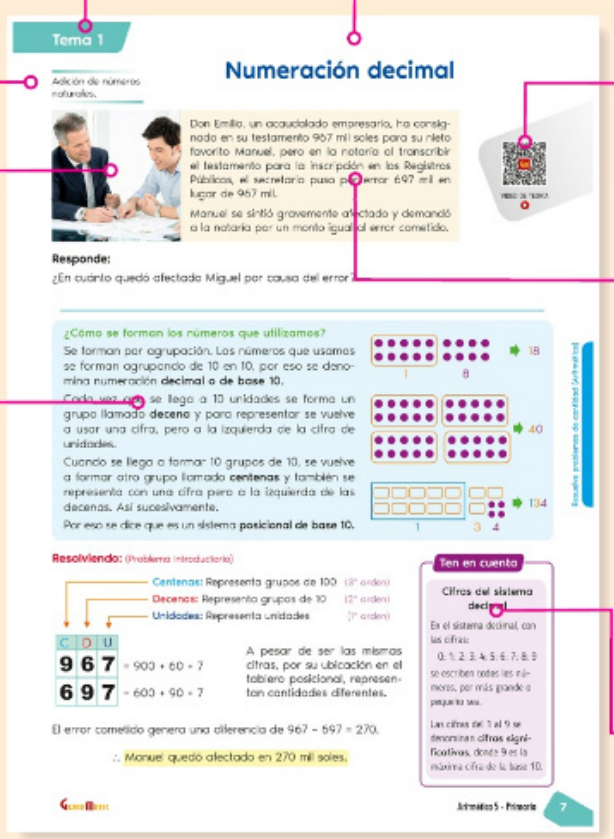
Imagen motivadora
Imagen fotográfica que conecta una situación real con el tema de la unidad.

Comentario del tema
Importancia del tema como parte de las estructuras matemáticas.

Enfoque transversal
Breve mensaje que trata del tema transversal que se propone trabajar en la unidad.

Desempeños
Son los desempeños que tienes que realizar para desarrollar las respectivas capacidades.

CONTENIDO DE LA UNIDAD



Conocimientos previos
Son los conocimientos previos que debes tener para abordar exitosamente el tema a tratar.

Imagen
Imagen que ilustra el contexto de la situación problemática inicial.

Formalización
Contiene definiciones, conceptos y generalizaciones de los contenidos matemáticos.

Número del tema

Título del tema

Uso del TIC: Código QR
Escaneando este código con tu teléfono celular podrás ver el video de la clase correspondiente al tema.

Conflicto cognitivo
Se formula una pregunta que explora los saberes previos y plantea un problema nuevo que deberás resolver con el desarrollo del tema.

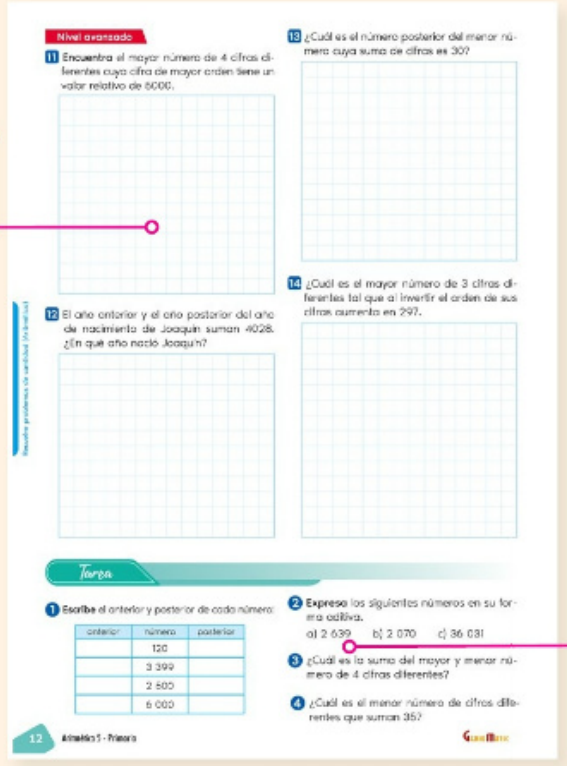
Información complementaria
Lecturas, notas, observaciones, historias y recursos tecnológicos que contribuyen a reforzar y recrear el tema.

REFORZANDO Y AUTOEVALUACIÓN

Actividades

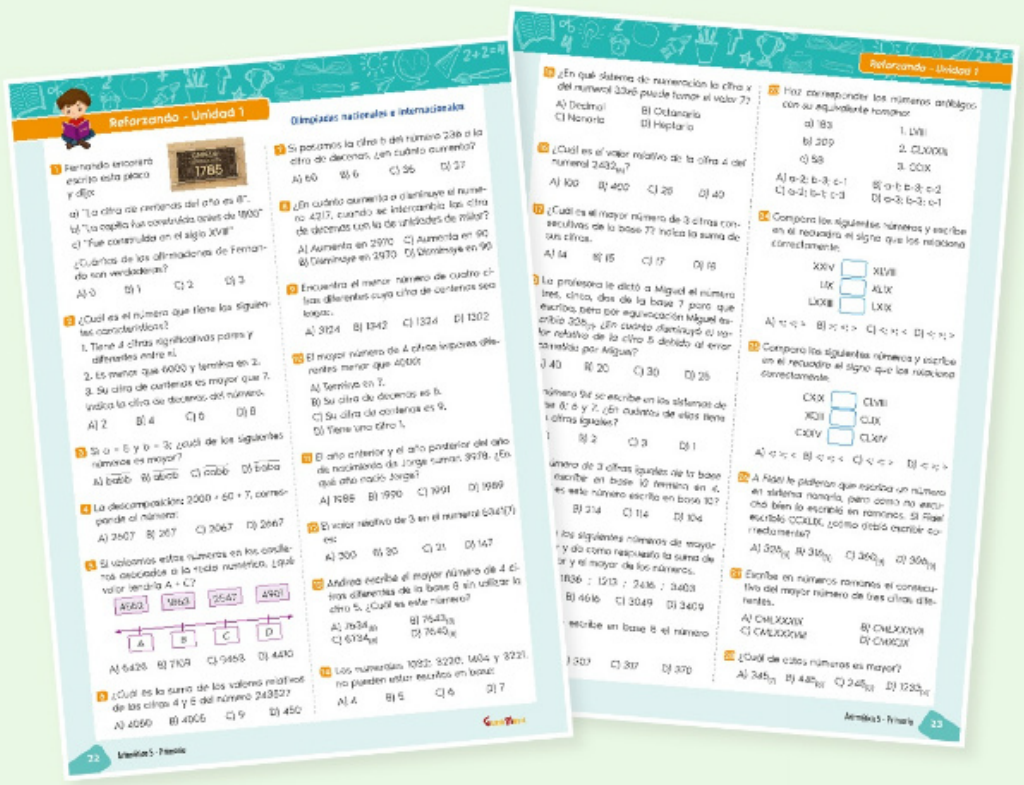
Bajo el enfoque de resolución de problemas, los conceptos matemáticos adquieren significado en la medida en que nos ayudan a resolver diversos problemas del entorno real.

Se formulan un conjunto de problemas de diferentes contextos organizados según la demanda cognitiva.



Actividades para la casa

Problemas que debes desarrollar individualmente en casa para fortalecer y acentuar las estrategias utilizadas.

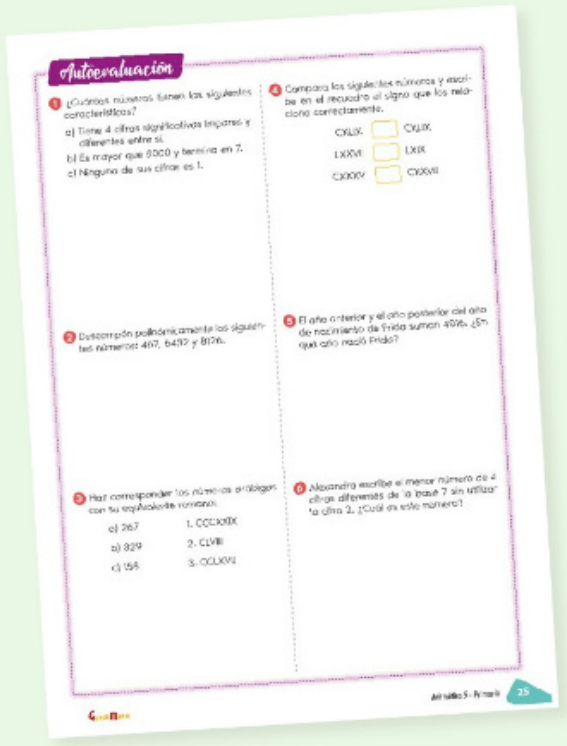


Reforzando la unidad

Luego de cada unidad se plantea un conjunto de problemas formulados en diversos concursos y olimpiadas nacionales e internacionales de matemáticas, que servirán para reforzar, complementar, profundizar y evaluar las capacidades desarrolladas durante el bimestre.

Son problemas variados de acuerdo a la demanda cognitiva, porque incluye diversas capacidades y competencias, así como de naturaleza intra y extra matemática.

Se ha enfatizado en formular preguntas y problemas contextualizados a fin de que el estudiante explore los conceptos matemáticos abstractos en situaciones reales.



Autoevaluación

La autoevaluación es una necesidad para conocer el avance del estudiante respecto a su proceso de aprendizaje.

Contiene un conjunto de 6 a 8 preguntas que invitan al estudiante a dar una mirada introspectiva de su aprendizaje en los contenidos, las capacidades desarrolladas y en contextos intra matemáticos y extra matemáticos.

Índice

	UNIDAD	ENFOQUE TRANSVERSAL	CONTENIDO TEMÁTICO	
I Bimestre	1 Números naturales	**ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA** Acudimos a nuestras reuniones con puntualidad.	· Numeración decimal · Numeración no decimal · Números romanos · Reforzando - Unidad 1 · Autoevaluación	7 13 18 22 25
	2 Operaciones fundamentales	**ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD** Tomamos decisiones con justicia y equidad.	· Adición y sustracción · Multiplicación y división · Operaciones combinadas · Reforzando - Unidad 2 · Autoevaluación	27 32 36 40 43
II Bimestre	3 La divisibilidad	**ENFOQUE AMBIENTAL** Reciclamos para mantener limpio nuestro medio ambiente.	· Divisibilidad: principios · Criterios divisibilidad I · Criterios divisibilidad II · Reforzando - Unidad 3 · Autoevaluación	45 49 53 56 59
	4 Propiedades de los números	**ENFOQUE DE DERECHOS** Actuamos con autonomía respetando el derecho de los demás.	· Números primos · MCM y MCD: Métodos de obtención · MCM y MCD: Propiedades · Reforzando - Unidad 4 · Autoevaluación	61 66 70 74 77
III Bimestre	5 Números racionales	**ENFOQUE DE DERECHOS** Tenemos derecho a elegir y ser elegidos en democracia.	· Fracciones · Operaciones con fraccion · Problemas de fracciones · Reforzando - Unidad 5 · Autoevaluación	79 83 87 91 93
	6 Proporcionalidad	**ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN** Respetamos los ambientes y lugares públicos.	· Números decimales · Conversión de decimal a fracción · Operaciones con números decimales · Reforzando - Unidad 6 · Autoevaluación	95 99 104 108 111
IV Bimestre	7 Regla de tres y tanto por ciento	**ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA** Cumplimos oportunamente con nuestras tareas.	· Regla de 3 · Tanto por ciento · Regla de interés simple · Reforzando - Unidad 7 · Autoevaluación	113 117 121 125 127
	8 Estadísticas y probabilidades	**ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD** Respetamos las crencias de los demás.	· Tabla de distribución de frecuencias · Gráficos estadísticos · Medidas de tendencia central · Reforzando - Unidad 8 · Autoevaluación	129 133 137 141 143

1 Los números naturales

La importancia de los números naturales radica en que son la base para cuantificar las cosas y realizar las operaciones matemáticas. A partir de los números naturales se estructuran todos los demás conjuntos numéricos.

Acudimos a nuestras reuniones con puntualidad

La puntualidad, más allá de llegar a tiempo a un lugar, denota disciplina, orden, preparación, seriedad, interés y prestigio. La puntualidad es el respeto hacia el tiempo de los demás. Llegar a tiempo a las citas y reuniones expresa autodisciplina y evidencia de respeto a sí mismo.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Cuantifica en diferentes contextos usando el sistema de numeración decimal y no decimal hasta el octavo orden
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa su comprensión del valor posicional en números hasta ocho cifras, Compara los números naturales mediante los signos de comparación.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa estrategias para expresar un número en distintas bases.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Establece la diferencia entre el sistema posicional de numeración y el sistema aditivo y sustractivo de la numeración romana.

Numeración decimal

Adición de números naturales

Don Emilio, un acaudalado empresario, ha consignado en su testamento 967 mil soles para su nieto favorito Manuel, pero en la notaría, al transcribir el testamento para la inscripción en los Registros Públicos, el secretario puso por error 697 mil en lugar de 967 mil.

Manuel se sintió gravemente afectado y demandó a la notaría por un monto igual al error cometido.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿En cuánto quedó afectado Miguel por causa del error?

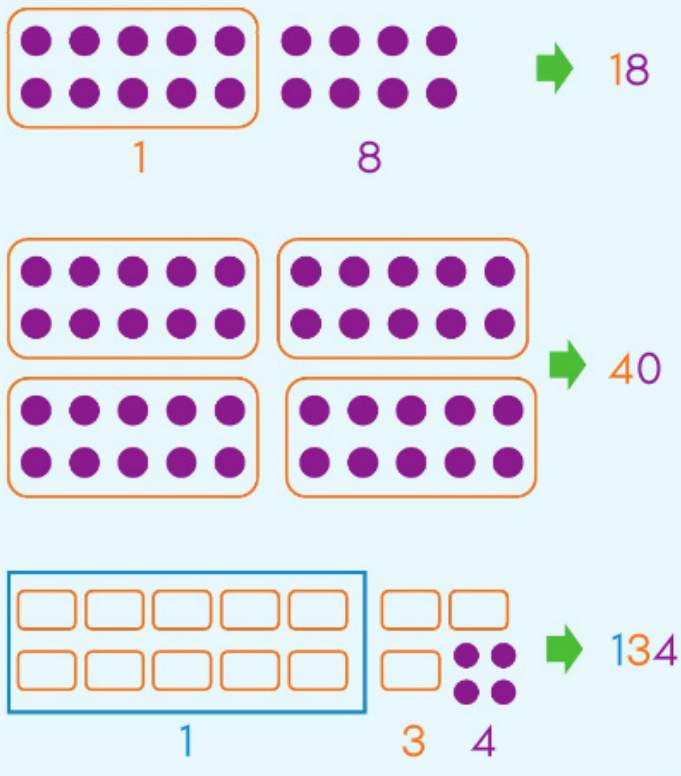
¿Cómo se forman los números?

Se forman por agrupación. Los números que usamos se forman agrupando de 10 en 10, por eso el sistema que utilizamos se denomina numeración **decimal o de base 10.**

Cada vez que se llega a 10 unidades se forma un grupo llamado **decena** y para representarlo se vuelve a usar una cifra, colocada a la izquierda de la cifra de unidades.

Cuando se llega a formar 10 grupos de 10, se vuelve a formar otro grupo llamado **centena** que también se representa con una cifra a la izquierda de las decenas. Así sucesivamente.

Por eso se dice que es un sistema **posicional de base 10.**



Resolviendo: (Problema introductorio)

Centenas: Representa grupos de 100 (3° orden)
Decenas: Representa grupos de 10 (2° orden)
Unidades: Representa unidades (1° orden)

C	D	U	
9	6	7	= 900 + 60 + 7
6	9	7	= 600 + 90 + 7

Las cifras, a pesar de ser las mismas, representan, por su ubicación en el tablero posicional, cantidades diferentes.

El error cometido genera una diferencia de 967 – 697 = 270.

∴ Manuel quedó afectado en 270 mil soles.

Ten en cuenta

Cifras del sistema decimal

En el sistema decimal, con las cifras:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

se escriben todos los números, por más grandes o pequeños sean.

Las cifras del 1 al 9 se denominan **cifras significativas**, donde 9 es la máxima cifra de la base 10.

Lectura y escritura de los números en el sistema decimal

El número natural es la expresión de una cantidad, es una abstracción, por lo que necesita una representación. La representación escrita de un número se llama **numeral**, lo que usualmente llamamos número. Por ejemplo, 24 es un numeral que en base 10 representa el número veinticuatro, aunque el mismo número en otra base tiene otra representación.

La virtud del sistema posicional de base 10 radica en el valor que adquiere una cifra por su ubicación en el numeral según la siguiente tabla.

Millares de millones			Millones			Millares					
Centena de millar de millón	Decena de millar de millón	Unidad de millar de millón	Centena de millón (CMi)	Decena de millón (DMi)	Unidad de millón (UMi)	Centena de millar (CM)	Decena de millar (DM)	Unidad de millar (UM)	Centenas (C)	Decenas (D)	Unidades (U)

Leamos algunos números:

- **693:** Seiscientos noventa y tres.
- **26 195:** Veintiséis mil ciento noventa y cinco.
- **461 259 785:** Cuatrocientos sesenta y un millones doscientos cincuenta y nueve mil setecientos ochenta y cinco.
- **788 346 512 269:** Setecientos ochenta y ocho mil trescientos cuarenta y seis millones quinientos doce mil doscientos sesenta y nueve.
- **58 684 981:** _____
- **14 526 612 498:** _____
- **254 856 672 538:** _____

Ten en cuenta

Lectura de decenas

Menores que 30

Se juntan las decenas con las unidades en una sola palabra:

18: "Dieciocho"

23: "Veintitrés"

29: "Veintinueve"

Mayores que 30

Se junta las decenas con las unidades mediante "y":

38: "Treinta y ocho"

45: "Cuarenta y cinco"

97: "Noventa y siete"

Valor absoluto y valor relativo de una cifra

C	D	U	
9	6	6	← Aquí 6 representa 6 unidades
9	6	7	← Aquí 6 representa 60 (6 decenas)
6	9	7	← Aquí 6 representa 600 (6 centenas)

El valor absoluto de 6 es seis, en cambio, su valor relativo depende de su ubicación en el numeral.

Ejemplo 1

Completa la tabla con el valor absoluto y el valor relativo de la cifra en rojo.

Número	381 679	62 754	3 521 786	2 146 583	214 567	689 124
Valor absoluto						
Valor relativo						

Descomposición de un número

Todo numeral se puede expresar como la suma de los valores relativos de todas sus cifras.

- 372 = 300 + 70 + 2
- 8 927 = 8000 + 900 + 20 + 7 ← *Forma aditiva*

  $8\,927 = 8\times10^3 + 9\times10^2 + 2\times10^1 + 7$ ← *Forma polinómica*
- 2 367 = _____

  2 367 = _____
- 82 192 = _____

  82 192 = _____
- 30 604 = _____

  30 604 = _____

Ten en cuenta

Formas de representación

Número: 3 826

- **Por el valor posicional**
  3M + 8C + 2D + 6U
- **Forma aditiva**
  3000 + 800 + 20 + 6
- **Forma polinómica**
  $3\times10^3 + 8\times10^2 + 2\times10 + 6$

Notación literal

Sea $a = 3$ y $b = 5$

- $ab = 3\times5 = 15$
- $\overline{ab} = 35$
- $\overline{bab} = 535$
- $\overline{aabb} = 3355$

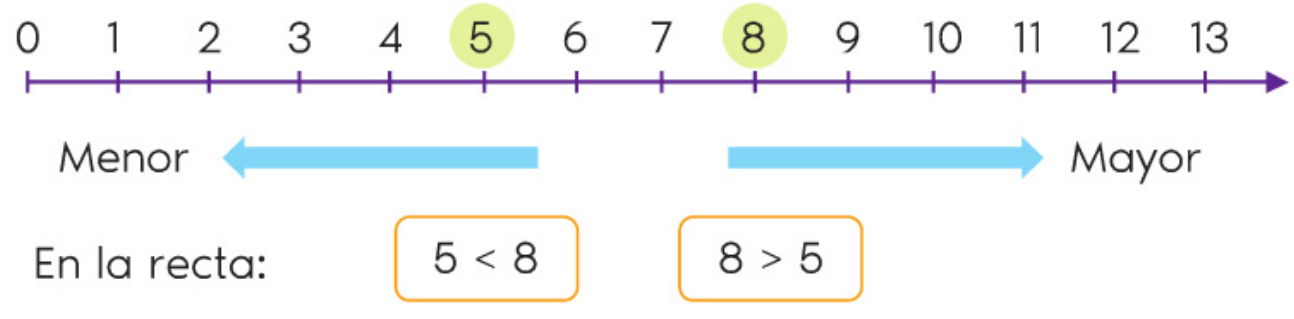
Relación de orden en los números naturales

El conjunto de los números naturales es un conjunto ordenado.

Dados dos números naturales *a* y *b* solo caben tres posibilidades:

$a > b$	$a = b$	$a < b$
a mayor que *b*	*a* igual a *b*	*a* menor que *b*

Este hecho nos permite representar los números naturales en la recta numérica.



En la recta: $5 < 8$ $8 > 5$

De dos número ubicados en la recta numérica, es mayor el que está a la derecha y menor el que se encuentra a la izquierda.

Ten en cuenta

Signos de la desigualdad

Estos son los signos de la desigualdad:

$<$: menor que

$>$: mayor que

$\leq$: menor o igual que

$\geq$: mayor o igual que

Los signos de desigualdad se pueden leer de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

Comparación de números naturales

Para comparar dos números de varias cifras, vamos comparando cifra por cifra desde las cifras de mayor orden hasta encontrar cifras diferentes.

563 458 } Como $4 < 7 \Rightarrow 563\,458 < 563\,729$ ó
563 729 } como $7 > 4 \Rightarrow 563\,729 > 563\,458$

Ejemplo 2

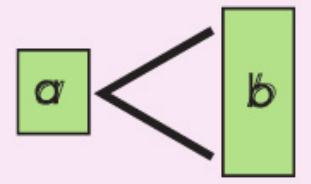
En los casilleros, **coloca** el signo de desigualdad que corresponde:

725 ☐ 923 23 569 ☐ 23 612

65 327 ☐ 65 327 327 725 ☐ 327 753

Ten en cuenta

a menor que b

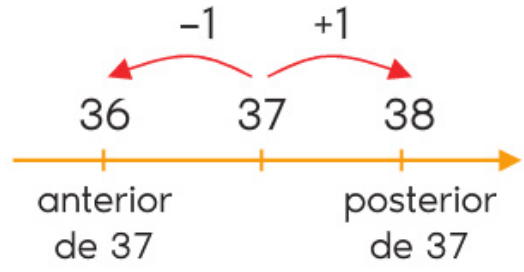


b mayor que *a*

En el lado abierto del signo va el número mayor y en lado agudo, el menor.

Anterior y posterior

Dado un número natural en la recta numérica, el anterior es el que está inmediatamente a la izquierda del número y el posterior, el que está inmediatamente a la derecha.



Nivel básico

1 **Escribe** los siguientes números:

a) Dos mil quinientos ochenta y tres.

b) Cincuenta y dos mil novecientos setenta y uno.

c) Trescientos cuarenta y cinco mil treinta y nueve.

2 **Expresa** los siguientes números en su forma aditiva.

a) 625 b) 371 c) 409

3 ¿A qué número corresponde cada una de las siguientes expresiones?

a) 500 + 50 + 3 = _____

b) 200 + 4 = _____

c) 700 + 60 = _____

4 **Compara** los números y escribe el signo que los relaciona.

a) 437 ☐ 439

b) 6 348 ☐ 6 392

c) 23 749 ☐ 23 913

d) 71 109 ☐ 71 098

5 **Escribe** el anterior y el posterior de cada número:

anterior	número	posterior
	56	
	1 285	
	1 200	
	4 000	

Nivel intermedio

6 ¿Cuál es el mayor y el menor número cuyas cifras son 7; 2; 5 y 3.

7 Si 23 824 es el posterior de A, ¿cuál es el anterior?

8 **Ordena** en forma ascendente los siguientes números:

A = 3000 + 500 + 20 + 9

B = 3000 + 90 + 7

C = 7000 + 100

9 ¿Cuál es la cifra que difiere en 3996 de su valor relativo?

10 **Encuentra** un número con las siguientes pistas:

- Tiene 4 cifras diferentes y termina en 7.
- Su cifra de mayor orden es 5.
- Es el mayor posible.

Nivel avanzado

11 **Encuentra** el mayor número de 4 cifras diferentes cuya cifra de mayor orden tiene un valor relativo de 5000.

12 El año anterior y el año posterior del año de nacimiento de Joaquín suman 4028. ¿En qué año nació Joaquín?

13 ¿Cuál es el número posterior del menor número cuya suma de cifras es 30?

14 ¿Cuál es el mayor número de 3 cifras diferentes tal que al invertir el orden de sus cifras aumenta en 297?

Tarea

1 **Escribe** el anterior y el posterior de cada número:

anterior	número	posterior
	120	
	3 399	
	2 500	
	6 000	

2 **Expresa** los siguientes números en su forma aditiva.

a) 2 639 b) 2 070 c) 36 031

3 ¿Cuál es la suma del mayor y el menor número de 4 cifras diferentes?

4 ¿Cuál es el menor número cuyas cifras son diferentes y suman 35?

Numeración no decimal

Descomposición polinómica

Don Dionicio lleva plátanos de Piura a Lima. Ha elaborado un sistema de control de la cantidad de plátanos usando un tablero posicional. En el primer casillero de la derecha van las unidades, en el siguiente el número de "manos", en el tercer casillero el número de grupos de 5 manos, y así sucesivamente.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos plátanos tiene, según el tablero mostrado?

4	1	2	3

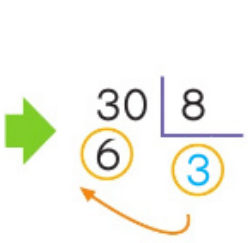
¿Cómo se forman los números en bases distintas de 10?

En cualquier base, los números se forman por agrupación. Por ejemplo, en base 5, con 5 unidades se forma una unidad de segundo orden, con 5 unidades de segundo orden se forma una unidad de tercer orden, y así sucesivamente. Véase el siguiente ejemplo:

Aquí tenemos 30 manzanas:

Vamos a contarlos en base 8, agrupándolas de 8 en 8.

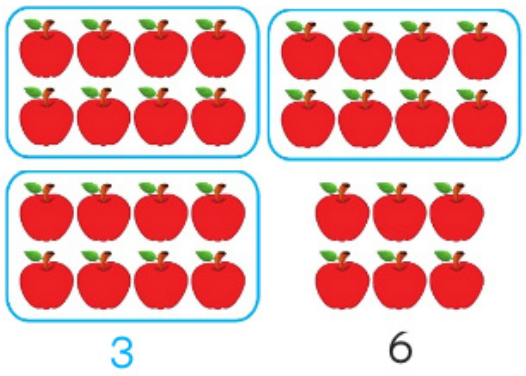
Para saber cuántos grupos de 8 se forman, dividimos 30 entre 8.

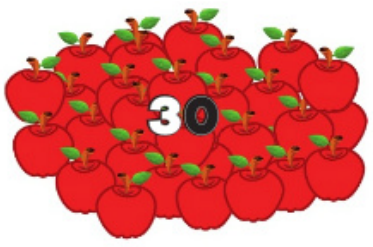


grupos de 8
unidades

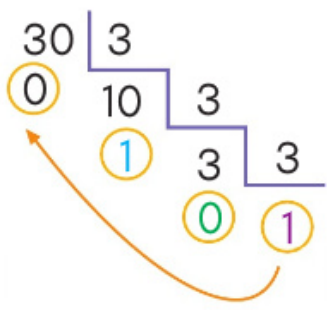
$30 = 36_{(8)}$

Se forman 3 grupos de 8 sobrando 6.





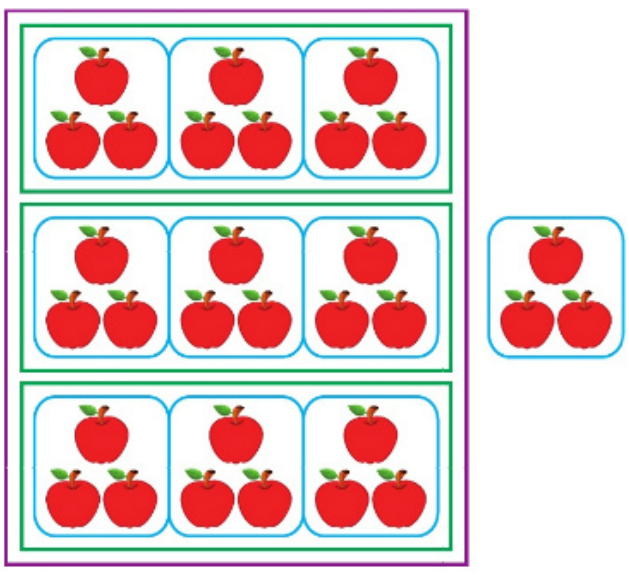
Ahora contemos en base 3, para lo cual las agrupamos sucesivamente en grupos de 3.



$30 = 1010_{(3)}$

VR = 1×3

VR = 1×3^3



$1010_{(3)} = 1 \times 3^3 + 1 \times 3$

$1010_{(3)} = 27 + 3 = 30$

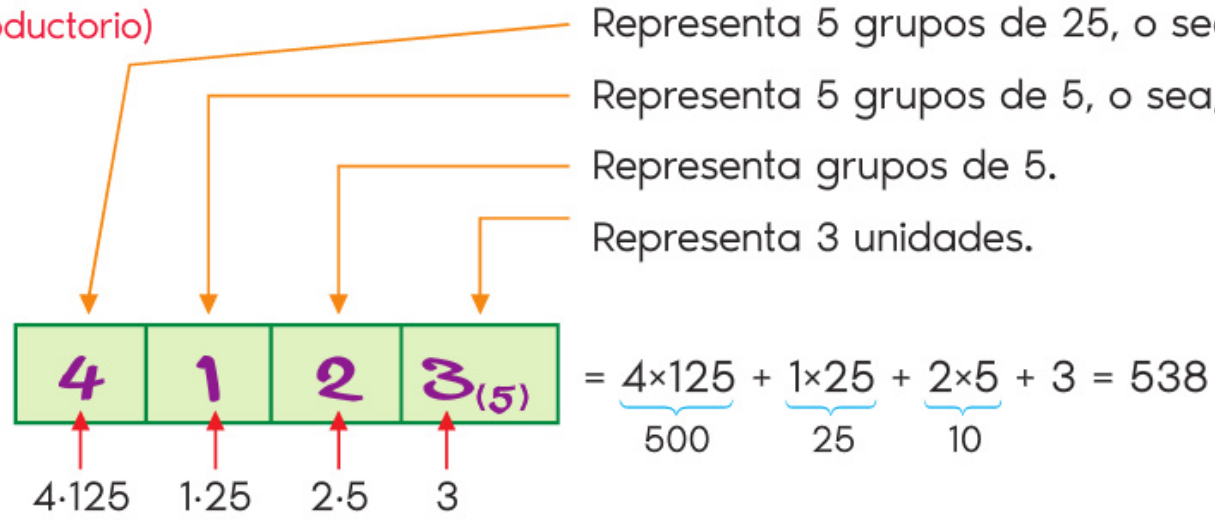
El número treinta en base 10 se escribe como 30; en base 8 como $36_{(8)}$ y en base 3 como $1010_{(3)}$.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Resolviendo: (Problema introductorio)

Resolvamos el problema introductorio.

Don Dionicio utiliza la numeración de base 5:



∴ Tiene 538 plátanos.

Valor relativo de las cifras en bases distintas de 10

En 352, por ejemplo, la cifra 3 representa a 300 o 3×10^2 y la cifra 5 representa 50 o 5×10.

Pero en $352_{(6)}$, la cifra 3 representa 3×6^2 y la cifra 5 representa 5×6; véase abajo.

Representa $3\times6^2 = 3\times36 = 108 \Rightarrow$ valor relativo de 3 es 108.
Representa $5\times6 = 30 \Rightarrow$ valor relativo de 5 es 30.

$352_{(6)}$

Ten en cuenta

Potenciación

En la expresión:

exponente
base → 5^3

El exponente indica las veces que se debe multiplicar la base por sí misma.

- $5^3 = 5\times5\times5 = 125$
- $2^4 = 2\times2\times2\times2 = 16$
- $7^2 = 7\times7 = 49$

Ejemplo 1

Completa la tabla con el valor relativo de la cifra en rojo.

Número	$241_{(5)}$	$31\,240_{(6)}$	$23\,002_{(4)}$	$32\,520_{(6)}$	$5\,167_{(9)}$	$32\,655_{(7)}$
Valor relativo						

Descomposición polinómica

Es la expresión de un numeral como la adición de los valores relativos de sus cifras.

- $417_{(8)} = 4\times8^2 + 1\times8 + 7$
- $4\,253_{(6)} = 4\times6^3 + 2\times6^2 + 5\times6 + 3$
- $43\,060_{(7)} = 4\times7^4 + 3\times7^3 + 6\times7$
- $40\,502_{(9)} = 4\times9^4 + 5\times9^2 + 2$

Ejemplo 2

Descompón polinómicamente los siguientes numerales:

a) $243_{(5)}$ = _____

b) $3\,415_{(7)}$ = _____

c) $53\,602_{(9)}$ = _____

d) $110\,101_{(2)}$ = _____

Ten en cuenta

Base de un sistema de numeración

La base de un sistema de numeración debe ser un número natural mayor que uno, porque no tendría sentido agrupar de uno en uno.

Ejemplo 3

¿Por qué no se puede utilizar la cifra 6 en la base 4?

Principales sistemas de numeración

Base	Nombre	Cifras
2	Binario	0; 1
3	Ternario	0; 1; 2
4	Cuaternario	0; 1; 2; 3
5	Quinario	0; 1; 2; 3; 4
6	Senario	0; 1; 2; 3; 4; 5
7	Heptanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6
8	Octanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7
9	Nonario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8
10	Decimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9
11	Undecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; α
12	Duodecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; α; β

Ejemplo 4

Escribe los números naturales desde 1 hasta 12 en:

a) Base 3: _____

b) Base 4: _____

Ejemplo 5

Escribe los números naturales desde 1 hasta 20 en:

a) Base 7: _____

b) Base 9: _____

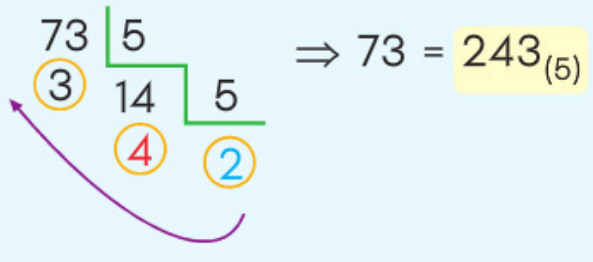
Cambios de base

Como se puede observar en los ejemplos, un mismo número se puede escribir en diferentes bases. En esta parte se trata de escribir un número de la base 10 en una base distinta y recíprocamente, escribir un número escrito en cualquier base, en la base 10.

De base 10 a una base distinta

Para escribir un número en cualquier base bastará ir agrupando sucesivamente según la base en la que se quiere escribir, esto es, ir dividiendo sucesivamente.

Escribamos 73 en base 5:



De base distinta de 10 a base 10

Cualquier número es igual a la suma de los valores relativos de sus cifras. En consecuencia, para escribir un número de cualquier base en la base diez, bastará sumar los valores relativos de sus cifras.

Escribamos $2143_{(5)}$ en base 10: $2143_{(5)} = \underbrace{2\times\overbrace{5^3}^{125}}_{250} + \underbrace{1\times5^2}_{25} + \underbrace{4\times5}_{20} + 3 = 298$

Ejemplo 6

Escribe el número 32 en las bases que se indican:

Número	Base 9	Base 8	Base 5	Base 4	Base 3	Base 2
32						

Ejemplo 7

Escribe en base 10 los números de la tabla.

Número	$165_{(9)}$	$514_{(6)}$	$403_{(8)}$	$4\ 324_{(5)}$	$1\ 210_{(3)}$	$110\ 110_{(2)}$
Base 10						

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel básico

1 **Calcula** el valor relativo de la cifra 5 en los siguientes numerales:

a) $152_{(6)}$ b) $1\ 542_{(7)}$ c) $754_{(9)}$

2 ¿Cuál es el mayor número de 3 cifras consecutivas de la base 8?

3 Cuando el número $\overline{abc}_{(6)}$ se escribe en base 10 resulta 111. Entonces, $a + b + c$ es:

4 La edad de Pedro escrito en base 5 resulta 42. ¿Cuántos años tiene Pedro?

5 Cuando el número $\overline{ab3}$ se escribe en base 7 resulta $263_{(7)}$. **Calcula** $a\times b$.

Nivel intermedio

6 Artemio tiene $22\ 102_{(3)}$ soles. ¿Cuánto dinero tiene Artemio?

7 **Escribe** en base 10 el consecutivo de $444_{(5)}$.

8 Si en el número $452_{(8)}$ se invierten las dos cifras de mayor orden, ¿en cuánto aumenta el valor relativo de 5?

9 **Escribe** en el sistema decimal el mayor número de 3 cifras consecutivas de la base 7.

Nivel avanzado

10 Un número de 3 cifras iguales de la base 6, al ser escrito en base 10 termina en 2. ¿Cuál es este número escrito en base 10?

11 ¿Cuál es el número de 2 cifras del sistema quinario que es igual a 2 veces la suma de sus cifras?

12 ¿En qué base está escrito un número cuya cifra de segundo orden es 6, tal que al pasar esta cifra a la de tercer orden su valor relativo aumenta en 336?

Tarea

1 **Escribe** los números del 1 al 20 en:

a) Base 6 b) Base 7 c) Base 9

2 ¿Cuántos números hay entre $45_{(6)}$ y $45_{(9)}$?

3 Cuando el número $aaa_{(7)}$ se escribe en base 10 termina en cifra 8. ¿Qué valor tiene a?

4 ¿Cuál es el mayor número que se escribe con dos cifras tanto en base 8 como en base 9?

Números romanos

Ninguno

Cuando Alejandro visitó a su abuelo Leandro le llamó la atención un reloj de pared. Su numeración era romana, pero no fue lo que le llamó la atención, sino que el número 4 estaba escrito como IIII y no como IV, como le habían enseñado en el colegio.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿A qué crees que se debe que en algunos relojes con numeración romana el cuatro se escribe como IIII y no como debe ser, IV?

_____

_____

El sistema de los números romanos se desarrolló en la antigua Roma y fue utilizado durante el apogeo del Imperio Romano.

Actualmente tiene un uso muy limitado, prácticamente un uso decorativo, para nombrar los siglos, en los actos y escenas de una obra de teatro, en la designación de olimpiadas, congresos y certámenes, en la numeración de reyes, emperadores y papas, en inscripciones antiguas y en relojes antiguos.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Símbolos del sistema de numeración romana

Símbolo	Valor
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Para escribir cualquier número en la numeración romana, se utilizan solo estas letras, combinándolas y ordenándolas.

Reglas para la escritura de los números romanos

1. Los símbolos se escriben y leen de izquierda a derecha, de mayor a menor valor.

Romano	Decimal
VII	5 + 2 = 7
XVI	10 + 5 + 1 = 16

2. Si se repiten símbolos iguales de forma consecutiva, se suman sus valores.

Romano	Decimal
III	1 + 1 + 1 = 3
XX	10 + 10 = 20

Historia

Los registros más antiguos del uso de números romanos se remontan al siglo VIII o IX a.n.e. Su uso disminuyó con la caída de Roma en el siglo V d.n.e. pero pronto fueron sustituidos por los números arábigos.

Muchos opinan que los romanos no avanzaron mucho en matemáticas por lo complicado de su sistema de numeración.

Al principio utilizaban una raya vertical por cada unidad y cada vez que llegaban a 10 trazaban una raya oblicua, la cual dio origen a X para representar el 10.

Aún así las representaciones eran muy largas. Entonces alguien utilizó la V como la mitad de X para representar el 5. Así fue evolucionando hasta convertirse en un sistema aditivo, sustractivo y multiplicativo, lo cual explicaremos en este capítulo.

3. Cuando se coloca un símbolo de menor valor a la izquierda de otro, se resta.

Romano	Decimal
IV	5 – 1 = 4
IX	10 – 1 = 9
XC	100 – 10 = 90

4. Cuando se coloca un símbolo de menor valor a la derecha de otro, se suma.

Romano	Decimal
VI	5 + 1 = 6
XI	10 + 1 = 11
CX	100 + 10 = 110

5. Los símbolos 5 y sus múltiplos (V, L, D) siempre suman y no pueden estar a la izquierda de uno de mayor valor.

Romano incorrecto	Romano correcto	Decimal
VL ✗	XLV ✓	45
VC ✗	XCV ✓	95

6. Se permiten a lo más tres repeticiones consecutivas del mismo símbolo.

Romano incorrecto	Romano correcto	Decimal
IIII ✗	IV ✓	4
LXXXX ✗	XL ✓	40

7. El símbolo I solo puede restar a V y a X.

El símbolo X solo puede restar a L y a C.

El símbolo C solo puede restar a D y a M.

Los símbolos V, L y D no se repiten.

Romano incorrecto	Romano correcto	Decimal
IL ✗	XLIX ✓	49
XD ✗	CDXCV ✓	495
LL ✗	C ✓	100

8. Una raya encima de un número romano indica que dicho número queda multiplicado por 1000. Si aparecen más rayas, por cada raya se multiplica por 1000.

Otra convención es la de poner una subraya, en lugar de una doble raya para indicar la multiplicación por 1 000 000.

Romano	Decimal
$\overline{IV}$	4 000
$\overline{\overline{XC}}$	90 000 000
$\underline{CXXIII}$	123 000 000

Historia

Por qué IIII en lugar de IV

La explicación más convincente sobre la preferencia del IIII en lugar del IV en las esferas de relojes que usan numeración romana, es la que aduce razones estéticas de simetría: el IIII armoniza con el VIII por tener igual número de caracteres.

También se ha dicho que, en 1370, el rey Carlos V de Francia encargó al relojero Henry de Vick fabricar un reloj para la torre del Palacio Real de Francia (conocido como La Conciergerie o el Palais de la Cité).

El Rey recriminó al artesano el haber representado el 4 como IV. El relojero señaló que era así como se escribía, pero Carlos V respondió enojado: «El Rey nunca se equivoca» (por algo era apodado El sabio). Por tanto debió continuar el uso del IIII. El reloj fabricado por de Vick continúa colocado allí.

El Palais de la Cité

Reloj del Palais de la Cité

Nivel básico

1 **Escribe** en romanos los siguientes números:

a) 49 = ____

b) 68 = ____

c) 94 = ____

2 **Escribe** en números arábigos los siguientes números romanos:

a) XXIX = ____

b) XXXVIII = ____

c) XLIX = ____

3 **Escribe** correctamente los siguientes números romanos:

a) 45 = VL 45 = ____

b) 48 = IIL 48 = ____

c) 95 = VC 95 = ____

4 ¿Qué número continúa en las siguientes sucesiones?

a) XV, XVIII, XXI, XXIV, _____

b) XXIV, XXVIII, XXXII, XXXVI, _____

c) XLVI, LI, LVI, LXI, _____

5 Moviendo un palito de fósforo **convierte** en una igualdad correcta.

a)

b)

Nivel intermedio

6 **Completa** la tabla con números romanos.

Anterior	Número	Posterior
	325	
	400	
	699	

7 **Escribe** en el recuadro el signo de desigualdad correspondiente.

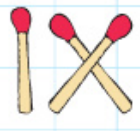
a) XXXIV ____ XLIV

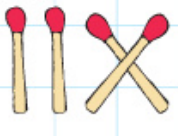
b) LXXXIII ____ XLIX

c) XCVIII ____ XCIX

8 Moviendo un palito de fósforo, **haz** que el número tome el máximo valor posible:

a)

b) 

c) 

9 **Escribe** en romanos los siguientes números:

a) 683 =

b) 1345 =

c) 3978 =

10 **Escribe** en números arábigos los siguientes números romanos:

a) CDXLVIII =

b) MMDXLIII =

c) CDLXXII =

Nivel avanzado

11 Moviendo un palito de fósforo, **consigue** que el número tome el máximo valor posible:

a) LIX

b) CV

c) MLII

12 Moviendo un palito de fósforo, **convierte** en una igualdad correcta.

13 **Escribe** en romanos los siguientes números:

a) 4 697 =

b) 24 972 =

c) 12 825 674 =

14 Moviendo un palito de fósforo, **convierte** en una igualdad correcta.

a) XXV − XVII = XLI

b) CL + XL = CLX

Tarea

1 **Escribe** en romanos los siguientes números:

a) 124 b) 376 c) 489

2 Moviendo un palito de fósforo, **haz** que el número tome el máximo valor posible:

a) XXV b) LVIII c) LIX

3 **Escribe** en números arábigos los números romanos:

a) CXLVIII b) CCCLXXXVII c) CDXLVIII

4 Moviendo un palito de fósforo, **convierte** en una igualdad correcta.

a) XXV + VI = XXIX

b) XL − LX = LXIX

Reforzando - Unidad 1

1 Fernando encontró escrito esta placa y dijo:

a) "La cifra de centenas del año es 8".

b) "La capilla fue construida antes de 1800"

c) "Fue construida en el siglo XVIII"

¿Cuántas de las afirmaciones de Fernando son verdaderas?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

2 ¿Cuál es el número que tiene las siguientes características?

1. Tiene 4 cifras significativas pares y diferentes entre sí.
2. Es menor que 6000 y termina en 2.
3. Su cifra de centenas es mayor que 7.

Indica la cifra de decenas del número.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8

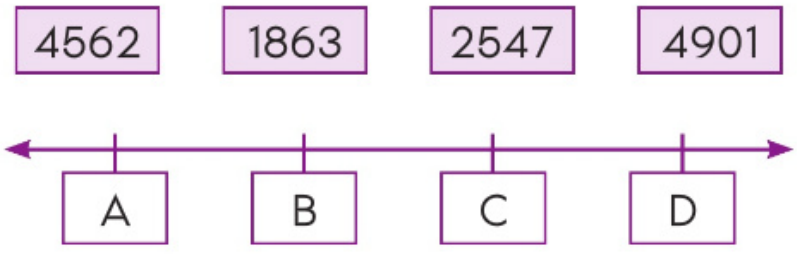
3 Si $a = 5$ y $b = 3$; ¿cuál de los siguientes números es mayor?

A) $\overline{babb}$ B) $\overline{abab}$ C) $\overline{aabb}$ D) $\overline{baba}$

4 La descomposición: 2000 + 60 + 7, corresponde al número:

A) 2607 B) 267 C) 2067 D) 2667

5 Si ubicamos estos números en los casilleros asociados a la recta numérica, ¿qué valor tendría A + C?



A) 6425 B) 7109 C) 9463 D) 4410

6 ¿Cuál es la suma de los valores relativos de las cifras 4 y 5 del número 24352?

A) 4050 B) 4005 C) 9 D) 450

Olimpiadas nacionales e internacionales

7 Si pasamos la cifra 6 del número 236 a la cifra de decenas, ¿en cuánto aumenta?

A) 60 B) 6 C) 36 D) 27

8 ¿En cuánto aumenta o disminuye el numero 4217, cuando se intercambia la cifra de decenas con la de unidades de millar?

A) Aumenta en 2970 C) Aumenta en 90
B) Disminuye en 2970 D) Disminuye en 90

9 Encuentra el menor número de cuatro cifras diferentes cuya cifra de centenas sea impar.

A) 3124 B) 1342 C) 1324 D) 1302

10 El mayor número de 4 cifras impares diferentes menor que 4000:

A) Termina en 7.
B) Su cifra de decenas es 5.
C) Su cifra de centenas es 9.
D) Tiene una cifra 1.

11 El año anterior y el año posterior del año de nacimiento de Jorge suman 3978. ¿En qué año nació Jorge?

A) 1988 B) 1990 C) 1991 D) 1989

12 El valor relativo de 3 en el numeral $6341_{(7)}$ es:

A) 300 B) 30 C) 21 D) 147

13 Andrea escribe el mayor número de 4 cifras diferentes de la base 8 sin utilizar la cifra 5. ¿Cuál es este número?

A) $7634_{(8)}$ B) $7643_{(8)}$
C) $6734_{(8)}$ D) $7640_{(8)}$

14 Los numerales 1032; 3220; 1404 y 3221, no pueden estar escritos en base:

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

15 ¿En qué sistema de numeración la cifra x del numeral $\overline{33x5}$ puede tomar el valor 7?

A) Decimal B) Octanario
C) Nonario D) Heptario

16 ¿Cuál es el valor relativo de la cifra 4 del numeral $2432_{(5)}$?

A) 100 B) 400 C) 25 D) 40

17 ¿Cuál es el mayor número de 3 cifras consecutivas de la base 7? Indica la suma de sus cifras.

A) 14 B) 15 C) 17 D) 18

18 La profesora le dictó a Miguel el número tres, cinco y dos de la base 7 para que escriba, pero por equivocación Miguel escribió $325_{(7)}$. ¿En cuánto disminuyó el valor relativo de la cifra 5 debido al error cometido por Miguel?

A) 40 B) 20 C) 30 D) 25

19 El número 94 se escribe en los sistemas de base 5; 6 y 7. ¿En cuántos de ellos tiene dos cifras iguales?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 1

20 Un número de 3 cifras iguales de la base 7, termina en 4 al escribir en base 10. ¿Cuál es este número escrito en base 10?

A) 124 B) 214 C) 114 D) 104

21 Ordena los siguientes números de mayor a menor y da como respuesta la suma de del menor y el mayor de ellos.

1721 ; 1836 ; 1213 ; 2416 ; 3403

A) 2934 B) 4616 C) 3049 D) 3409

22 ¿Cómo se escribe en base 8 el número CCXLVIII?

A) 713 B) 307 C) 317 D) 370

23 Haz corresponder los números arábigos con su equivalente romano:

a) 183 1. LVIII
b) 209 2. CLXXXIII
c) 58 3. CCIX

A) a-2; b-3; c-1 B) a-1; b-3; c-2
C) a-2; b-1; c-3 D) a-3; b-3; c-1

24 Compara los siguientes números y escribe en el recuadro el signo que los relaciona correctamente.

XXIV ☐ XLVIII
LIX ☐ XLIX
LXXIII ☐ LXIX

A) <; <; > B) >; <; > C) <; >; < D) <; >; >

25 Compara los siguientes números y escribe en el recuadro el signo que los relaciona correctamente.

CXIX ☐ CLVIII
XCIII ☐ CLIX
CXXV ☐ CLXIV

A) <; >; < B) <; <; < C) <; <; > D) <; >; >

26 A Fidel le pidieron que escriba un número en el sistema nonario, pero como no escuchó bien lo escribió en romanos. Si Fidel escribió CCXLIX, ¿cómo debió escribir correctamente?

A) $326_{(9)}$ B) $316_{(9)}$ C) $360_{(9)}$ D) $306_{(9)}$

27 Escribe en números romanos el consecutivo del mayor número de tres cifras diferentes.

A) CMLXXXIX B) CMLXXXVII
C) CMLXXXVIII D) CMXCIX

28 ¿Cuál de estos números es el mayor?

A) $345_{(7)}$ B) $445_{(6)}$ C) $245_{(8)}$ D) $1233_{(4)}$

29 Para escribir un número de cuatro cifras se han utilizado las cifras 6; 2; 8 y 3. Si el número es impar y menor que 500, ¿cuántos números satisfacen esta condición?

30 Un numeral del sistema cuaternario tiene 3 cifras diferentes decrecientes. ¿Cuántos números responden a esta característica?

31 Escribe los siguientes números y ordénalos ascendentemente:

- Dos mil trescientos cuarenta y siete
- Cinco mil cuatrocientos veintitrés
- Mil quinientos ochenta y dos
- Dos mil novecientos cincuenta y ocho

32 Representa literalmente números de 3; 4 y 5 cifras.

33 Si $a = 3$; $b = 8$; $c = 5$ y $d = 6$, ordena en forma descendente los números:

$\overline{abcd}$; $\overline{dcba}$; $\overline{cadb}$; $\overline{dacb}$; $\overline{bcad}$ y $\overline{adcb}$

34 Expresa los siguientes números en su forma aditiva:

a) 548 = b) 461 = c) 456 =

35 ¿En cuánto aumenta o disminuye el número 3487, cuando se intercambia la cifra de centenas con la de unidades?

36 Descompón polinómicamente los siguientes números: 873, 5601 y 3560.

37 Escribe el anterior y posterior de cada número:

Anterior	Número	Posterior
	340	
	2 299	
	1 600	
	5 005	

38 Escribe los primeros números de seis cifras.

a) De la base 4 b) De la base 5

39 Escribe el menor número de cuatro cifras diferentes cuya centena sea 4.

40 ¿Cuál es el número de 3 cifras diferentes y crecientes, mayor que 4000 y menor que 9000, que al invertir el orden de sus cifras sigue siendo mayor que 4000 y menor que 9000?

41 Compara los siguientes números y escribe en el recuadro el signo que los relaciona correctamente.

CXXXIX ☐ CLIX

LXXVI ☐ LXIX

CXXV ☐ CXXXI

42 ¿Cuántos números se pueden escribir con dos cifras en el sistema cuaternario?

43 Si el número CCXXXVII es el consecutivo de $\overline{abc}$, ¿cuál es la suma de cifras del anterior de $\overline{cba}$?

44 Mario escribió el número 372 en lugar de 237. ¿En cuánto se equivocó?

45 Para escribir un número de cuatro cifras se han utilizado las cifras 7; 3; 8 y 5. Si el número es par y menor que 500, ¿cuántos números satisfacen esta condición?

46 Se toman los valores relativos de 3 en los números 372; 435 y 243 y se suman. ¿Cuál es el anterior de dicha suma?

47 Completa la tabla con números romanos:

Anterior	Número	Posterior
	48	
	97	
	115	
	258	
	458	

Autoevaluación

1 ¿Cuántos números tienen las siguientes características?

a) Tienen 4 cifras significativas impares y diferentes entre sí.

b) Son mayores que 5000 y terminan en 7.

c) Ninguna de sus cifras es 1.

2 Descompón polinómicamente los siguientes números: 467, 6432 y 8126.

3 Haz corresponder cada número arábigo con su equivalente romano:

a) 267	1. CCCXXIX
b) 329	2. CLVIII
c) 158	3. CCLXVII

4 Compara los siguientes números y escribe en el recuadro el signo que los relaciona correctamente.

CXLIX ☐ CXLIX

LXXVII ☐ LXIX

CXXXV ☐ CXXVII

5 El año anterior y el año posterior del año de nacimiento de Frida suman 4016. ¿En qué año nació Frida?

6 Alexandra escribe el menor número de 4 cifras diferentes de la base 7 sin utilizar la cifra 2. ¿Cuál es este número?

2 Operaciones fundamentales

Las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división son las operaciones con las que se realiza cualquier tipo de cálculo. Con estas operaciones se resuelven los problemas matemáticos.

Enfoque de Atención a la Diversidad

Respetamos las opiniones de los demás

La sociedad de hoy ha evolucionado respecto a la aceptación de la diversidad sexual, pero todavía tenemos muchos prejuicios. La manera en que vistes te clasifica, y si te sales del molde creado por la sociedad, serás mal visto, juzgado y probablemente rechazado por parte de la masa. Los calificativos discriminatorios y los comentarios peyorativos hacen daño a las personas. Hay que mirar a las personas aceptando y respetando la diversidad.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce diversos enunciados en operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y en operaciones combinadas.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Representa gráficamente los problemas de operaciones combinadas.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Resuelve problemas de diversos contextos mediante las operaciones adición, sustracción, multiplicación, división y operaciones combinadas.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Explica las propiedades de las operaciones de adición y multiplicación, particularmente la propiedad distributiva que relaciona ambas operaciones.

Adición y sustracción

Adición y sustracción
números hasta 10 000

Una fábrica de faros ha fijado como meta del mes producir 60 000 faros. La fábrica cuenta con 3 máquinas.

La máquina 1 ha producido 13 758 faros, la máquina 2, 16 749 y la tercera, 15 378.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos faros faltan producir para llegar a la meta? _____

Adición

La adición es la operación aritmética más fundamental. Consiste en, dados dos números llamados sumandos, hacer corresponder un número llamado suma, el cual se compone de ambos sumandos.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Máquina 1:	13 758	+
Máquina 2:	16 749	
Máquina 3:	15 378	
Producción total:	45 885	
Para la meta:	60 000	−
	45 885	
Falta:	14 115	

∴ Para alcanzar la meta faltan: 14 115 faros.

Serie aritmética

Se denomina **sucesión aritmética** a un conjunto de números donde, dado el primero, cada uno de los siguientes se obtiene sumando el mismo número llamado **razón.**

5; 8; 11; 14; .... ; 71 es una sucesión aritmética de razón 3.

Cuando los términos de la sucesión aritmética los expresamos en forma de una adición, tenemos una **serie aritmética.**

5 + 8 + 11 + 14 + ... + 71 es una serie aritmética.

Suma de la serie aritmética

Durante 10 días, Dora ahorró 5 soles el primer día y cada día siguiente, 3 soles más que el día anterior. ¿Cuánto ahorró en total?

Ten en cuenta

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

Ley de clausura
La suma de dos números naturales siempre es otro natural

Elemento neutro de la adición
Cero es el elemento neutro de la adición, porque cualquier número sumado con cero da el mismo.

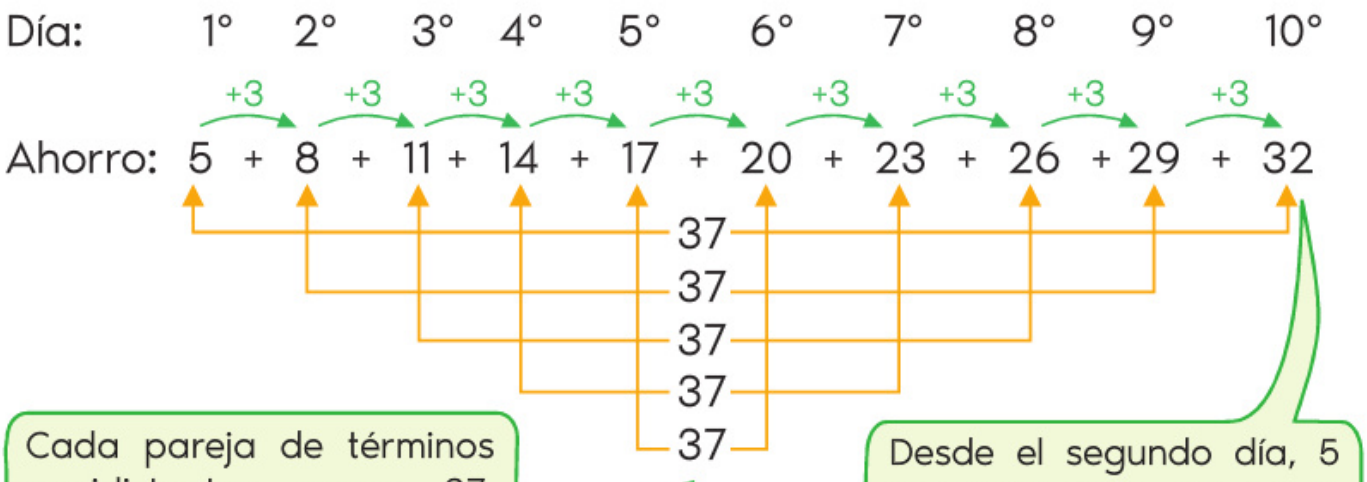
Propiedad conmutativa
Celso y Ofelia viven en una comunidad que dista 2 días de camino al distrito. Celso camina 34 km el primer día y 41 el segundo, en cambio, Ofelia camina 41 km el primer día y 34 km, el segundo. ¿Cuál es la distancia al distrito?

Celso: 34 + 41 = 75
Ofelia: 41 + 34 = 75

Conclución:

34 + 41 = 41 + 34

Resolviendo:



Cada pareja de términos equidistantes suma 37. Con 10 números se hacen 10/2 = 5 parejas, entonces la suma es 5×37.

Desde el segundo día, 5 aumenta cada día en 3, por eso el ahorro del último día aumentó en 9×3 = 27. Por tanto el ahorro del último día es 5 + 27 = 32.

$$\therefore \text{ Ahorro} = (32 + 5)\times\frac{10}{2} = 37\times5 = 185$$

Generalizando:

Suma de la serie aritmética:

$$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}_{r\ \ r\ \ r} + \ldots + a_n = \frac{n(a_n + a_1)}{2} \qquad a_n = a_1 + (n-1)r$$

Caso particular: $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Ejemplo 1

El profesor de educación física hace correr a sus alumnos y los premia con caramelos según el orden de llegada: al primero le da 66 y cada uno de los siguientes 4 menos que al anterior.

a) Si al último le dio 2 caramelos, ¿cuántos alumnos tiene?

Resolviendo:

Consideremos que tiene n alumnos:

$$\overbrace{66;\ 61;\ 57;\ 53;\ \ldots\ ;\ 2}^{n} \quad \underbrace{\Rightarrow}_{-4\ \ -4\ \ -4} \quad 2 = 66 - (n-1)\times4$$

$$\underbrace{(n-1)}_{16}\times4 = 64 \quad \Rightarrow \quad n = 17$$

b) ¿Cuántos caramelos repartió?

Resolviendo:

$$66 + 62 + 58 + 54 + \ldots + 2 = \frac{17(66+2)}{2} = \frac{17\overset{34}{\cancel{(68)}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 578$$

Propiedad asociativa

A Pedro y Milla le dieron la siguiente adición:

$$387 + 201 + 799$$

Pedro sumó así:

$$387 + 201 + 799$$
$$588$$
$$1387$$

Milla sumó así:

$$387 + 201 + 799$$
$$1000$$
$$1387$$

¿Cuál de las formas es mejor?

No importa cómo se asocien los números para sumar, el resultado es el mismo.

Ten en cuenta

Adición en bases distintas de 10

Sumemos $762_{(8)} + 654_{(8)}$:

$$\overset{1}{\overset{\curvearrowleft}{762}}_{(8)} + 654_{(8)}$$
$$1636_{(8)}$$
$$3°\ 2°\ 1°$$

1°: 2 + 4 = 6 < 8
⇒ se pone

2°: 6 + 5 = 11 = 8 + 3
se lleva 1
se pone

3°: 7 + 6 + 1 = 14 = 8 + 6
se lleva 1
se pone

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

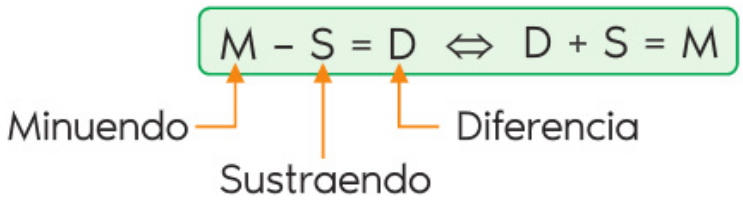
Sustracción

La sustracción es la operación inversa a la adición. Consiste en, dados dos números llamados minuendo y sustraendo, buscar otro llamado diferencia que sumado con el sustraendo resulte igual al minuendo.

Por ejemplo, cuando restamos 120 – 40 buscamos un número que sumado con 40 sea igual a 120.

Ese número es 80, ya que 80 + 40 = 120:

$120 - 40 = 80 \Leftrightarrow 80 + 40 = 120$



Caso especial de sustracción

La diferencia entre un número de 3 cifras y el que resulta de invertir el orden de sus cifras es un número cuya cifra central es 9, así como la suma de sus cifras extremas.

$$\begin{array}{r} \overline{abc} - \\ \overline{cba} \\ \hline \overline{x9z} \end{array} \qquad x + z = 9$$

Sustracción en bases distintas de 10

Veamos en el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 7\,\curvearrowleft} \\ 625_{(7)} - \\ 352_{(7)} \\ \hline 243_{(7)} \end{array}$$

Unidades de 1° orden: 5 – 2 = 3 se pone 3

Unidades de 2° orden: 2 < 5 ⇒ 2 se presta 7 (base)

2 + 7 – 5 = 4 ⇒ se pone 4

Unidades de 3° orden: 6 – 1 = 5

5 – 3 = 2 se pone 2

Ejemplo 2

Efectúa las siguientes sustracciones:

$$\begin{array}{r} 857_{(9)} - \\ 341_{(9)} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,153_{(6)} - \\ 1\,435_{(6)} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,413_{(5)} - \\ 1\,244_{(5)} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\,325_{(7)} - \\ 1\,563_{(7)} \\ \hline \end{array}$$

Nivel básico

1 Mariela compró un vestido en S/. 234. Si lo ha vendido en 302 soles, ¿cuánto ganó?

2 Un comerciante vendió un artefacto en 350 soles, ganando 160 soles. ¿Cuánto le costó?

3 ¿Cuál es la suma de los números comprendidos ente 20 y 60?

4 Una fábrica guarda las bolsas de cemento en tres almacenes. En el almacén 1 hay 3 683 bolsas, en el 2 hay 2 795 y en el tercero hay 2 927. Se despacha 1000 bolsas, 327 del primer almacén, 287 del segundo y el resto del tercero. ¿Cuantas bolsas quedan en cada almacén?

5 **Calcula** la suma de las siguientes series:

a) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 21

b) 3 + 7 + 11 + 15 + ... (18 sumandos)

Nivel intermedio

6 Eloy ha comprado un auto en 24 347 soles. Lo quiere vender ganando 5000 soles, para lo cual tiene que hacer algunos arreglos que le costarán 2500 soles. ¿En cuánto tendrá que venderlo?

7 Miguel, José y Sira han reunido cierta suma. Miguel puso 230 soles más que José, Sira puso 150 soles más que José. Si José puso 350 soles, ¿cuánto pusieron Miguel y Sira?

8 Después de comprar un terno, Percy se percató de que le quedaban S/. 247 en el bolsillo y que si quería comprar otro terno igual le faltaba 72 soles.

a) ¿Cuánto cuesta el terno?

b) ¿Cuánto tenía antes de la compra?

9 En una manifestación contra la violencia de género marcharon 1 583 mujeres más que hombres. Si Marcharon 2 326 mujeres, ¿cuántos hombres marcharon?

10 Marco tiene 280 cajas de frutas y Violeta, 238. Cada uno ha contratado un camión para transportar las frutas y decidido que cada uno lleve la misma cantidad de cajas.¿Cuántas cajas de Marco debe transportar el camión de Violeta?

GENIO MATIC

Nivel avanzado

11 La capacidad de una piscina es 6 780 litros y María la ha llenado en 3 horas. En la primera hora llenó 2023 litros, en la segunda hora, 1689 litros. ¿Cuántos litros llenó en la tercera hora?

12 Mariela perdió cierta suma y le quedó 120 soles más de lo que tiene Javier. Si Javier perdiera 70 soles le quedaría 90 soles. ¿Cuánto tiene cada uno?

13 Luis tiene 200 soles y cada día que pasa agrega 4 soles mientras que Fidel tiene 200 soles y en los días siguientes agrega S/.1; S/.3; S/. 5; S/. 7; .... y así sucesivamente. ¿A los cuántos días, Luis y Fidel tienen la misma suma?

14 En un momento de una fiesta, cuando las parejas salieron a bailar, se quedaron sin bailar 23 hombres y 31 mujeres. Más tarde, cuando se retiraron 24 parejas se quedaron 66 personas. ¿Cuántas parejas salieron a bailar en el momento referido?

Tarea

1 ¿Qué cifra debe añadirse a 2345678 para que todos los dígitos de la suma de sus cifras sean 4?

2 **Halla** la suma de todos los números de tres cifras que empiezan y terminan en 3.

3 ¿Cuál es la base de la numeración en la que la sustracción 345 – 137 = 207 está correctamente efectuada?

4 Un cardumen de 373 peces se juntó con otro de 521 peces. Cuando llegaron dos ballenas, una de ellas se comió 90 peces más que la otra. Si se salvaron 140 peces, ¿cuántos peces se comió cada ballena?

Multiplicación y división

Adición y sustracción

Doña Salomé compró una sandía de 6 kg. La partió en 15 partes iguales y repartió algunas entre sus hijos quedándose con 2800 gramos.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

a) ¿Cuánto pesa cada parte? _____

b) ¿Con cuántas partes se quedó? _____

La multiplicación es una adición de cantidades iguales. Por ejemplo, 3 + 3 + 3 + 3 (4 veces 3) se expresa como 4×3 o 4·3, tal que 4×3 = 12.

En general:

$$\underbrace{m + m + m + ... + m}_{M \text{ sumandos}} = \overbrace{M \times m}^{\text{Factores}} = P \leftarrow \text{Producto}$$

Multiplicador

Multiplicando

Resolviendo: (Problema introductorio)

- 6 kg = 6×1000 g = 6000 g
- 15 partes pesan 6 000 g ⇒ cada parte pesa 6 000÷15 = 400 g
- Se quedó con 2800÷400 = 7 partes.

Multiplicación por potencias de 10

Para multiplicar un número por la unidad seguido por ceros, basta agregarle a la derecha la misma cantidad de ceros.

- 34×100 = 3400
- 172×1000 = 172 000

Multiplicación por un número de cifras 9

Todo número formado por cifras 9 es el anterior de una potencia de 10, por consiguiente, se puede expresar como una potencia de 10 disminuido en 1:

- 34×999 = 34×(1000 − 1) = 34×1000 − 34

$$\begin{array}{r} 34\,000 \\ -\quad 34 \\ \hline 33\,966 \end{array}$$

∴ 34×999 = 33 966

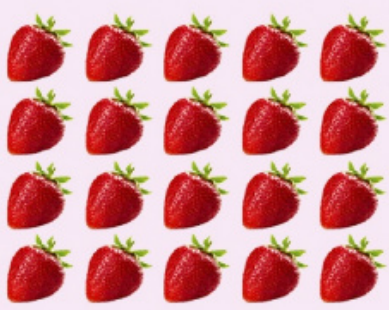
Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación

Clausura o cerradura
El producto de dos números naturales siempre es otro natural.

Conmutativa
El profesor dispuso las fresas en la forma mostrada y preguntó cuántas fresas había. Gastón dijo que hay 4 filas de 5 fresas: 4×5 = 20.

Pierina dijo que hay 5 columnas de 4 fresas: 5×4 = 20.



4×5 = 5×4

No importa el orden en que se multipliquen dos factores, el producto es el mismo.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

División de números naturales

La división es la operación inversa a la multiplicación. Consiste en: dados dos números, llamados **dividendo** y **divisor**, encontrar un tercero llamado **cociente** que multiplicado por el divisor sea igual al dividendo.

Cuando existe este número se dice que la división es **exacta**, en caso contrario, **inexacta**, en cuyo caso se busca que el producto por el divisor se acerque al dividendo y la diferencia se llama **resto** o **residuo**.

División exacta:

- $35 \div 7 = 5 \Leftrightarrow 35 = 7 \times 5$

$$D \div d = q \Leftrightarrow D = dq$$

División inexacta:

- $38 \;\big|\; 7$ (3 / 5) $\Rightarrow 35 = 7 \times 5 + 3$

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ r & q \end{array} \Rightarrow D = dq + r$$

- D: Dividendo
- d: Divisor
- q: Cociente
- r: Resto

$$0 \leq r < d$$

Ejemplo

Teófilo trabaja embalando jabones en paquetes de 12 unidades. En un turno le dieron 200 jabones. ¿Cuántos paquetes hará? ¿Cuántos jabones le sobrarán?

Resolviendo:

$$\begin{array}{r|l} 200 & 12 \\ \hline 12 & 17 \\ \hline 85 & \\ 84 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

- Hará 17 paquetes
- Sobra 1 jabón.

Asociativa

A Carlos y Donato le dieron a multiplicar: 87×25×4.

Carlos multiplicó así:

$87 \times 25 \times 4$

2175

8700

Donato multiplicó así:

$87 \times 25 \times 4$

100

8700

El modo como se asocien los factores para multiplicar no cambia el producto.

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Elemento neutro

El elemento neutro de la multiplicación es 1. Cualquier número multiplicado por 1 es el mismo.

Elemento absorbente

El elemento absorbente de la multiplicación es 0. Cualquier número multiplicado por 0 es cero.

Nivel básico

1 A, B, C y D representan, respectivamente, la cantidad de puntos de cada figura siguiente. **Ordénalas** ascendentemente.

A B C D

2 ¿Cuántos soldados forman en 7 filas de 12 soldados cada una?

3 Ernesto compró 336 pescados entre grandes y chicos. Los grandes lo embaló en 15 jabas y los chicos en 12 jabas con 18 pescados cada una. ¿Cuántos pescados grandes entró en cada jaba?

4 Martina heredó de su padre 139 reses. Se quedó con 43 reses y el resto lo repartió entre todos sus hijos en partes iguales. Si cada hijo recibió 12 reses, ¿cuántos hijos tiene Martina?

5 David hizo compras según la siguiente boleta de venta. ¿Cuál fue el importe de la venta?

Cant.	Concepto	Precio	Importe
4	Casacas	127	
8	Pantalones	78	
15	Polos	21	
		Total:	

Nivel intermedio

6 En una parcela se han plantado paltos en 24 surcos con 30 paltos por surco. Si hubieran dos surcos más y 3 paltos más por surco, ¿en cuánto aumentaría el número de plantas?

7 Celina ha ordeñado en su establo 250 litros de leche. Cada 5 litros de leche le produce un queso. Si cada queso pesa 300 gramos, ¿cuántos kilogramos de queso producirá con toda la leche?

8 Ana compró una torta que pesa 2 kilogramos, la partió en partes iguales y repartió 12 partes entre sus amigos quedándose con 800 gramos de torta. ¿En cuántas partes la partió y cuántos gramos pesa cada parte?

9 Antonio tiene 896 pescados. En una canasta hay 346 y el resto está distribuido en 5 cajas iguales. ¿Cuántos pescados hay en cada caja?

10 Cuando un número se multiplica por 23 termina en 21. Calcula las dos últimas cifras del producto cuando se multiplica por 28.

Nivel avanzado

11 ¿De cuántas maneras diferentes se puede expresar el número 315 como el producto de dos factores, sin importar el orden?

12 Mariela pensó vender 45 blusas por 1080 soles, pero vendió 6 blusas más de lo planeado y a 3 soles más cada blusa. ¿En cuánto se incrementó su ingreso?

13 La profesora de lenguaje dejó de tarea que sus alumnos completaran en 20 días 5 horas de lectura cada uno. ¿Cuántos minutos diarios tiene que leer cada alumno?

14 Serafín compró 15 docenas de platos a 20 soles la docena y le regalaron 3 platos por cada docena. Él los vendió a 18 soles cada 5 platos. ¿Cuánto ganó?

Tarea

1 ¿En cuánto aumenta el producto de 42×46 si ambos factores aumentan en 2 unidades?

2 Víctor y Sara tienen una granja de aves. Víctor llevó 352 pollos al mercado y Sara, 412. Si los pollos se vendieron a 12 soles cada uno, ¿cuánto más que Víctor obtuvo Sara?

3 En una granja avícola se producen 13 104 pollitos, los mismos que serán transportados en cajas con ventilación en las que caben 72 pollitos. ¿Cuántas cajas se necesitan para transportar a todos los pollitos?

4 A Carmela le mandaron comprar panetones por 240 soles; pero había subido en 3 soles el precio de los panetones, por lo que solo pudo comprar 16. ¿Cuántos panetones menos de lo previsto compró?

Operaciones combinadas

4 operaciones básicas

Fernando le propuso un reto a Delia: Obtener los números del 0 al 9 utilizando 4 cifras 3 y las 4 operaciones básicas.

Luego de realizar algunos intentos, Delia dijo que para obtener uno de los números era necesario usar la raíz cuadrada.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

a) ¿Cómo crees que procedió Delia? _____

b) ¿Es cierto lo que dice Delia? _____

En general, las operaciones matemáticas se presentan en forma combinada y hay que efectuarlas según el orden de prioridad que exige la necesidad del contexto.

En este capítulo vamos practicar diversas estrategias para resolver problemas donde intervienen las **operaciones matemáticas combinadas.**

Resolviendo: (Problema introductorio)

Te voy a dar algunos ejemplos para obtener el cero y el uno:

Para obtener cero:	Para obtener el uno:
33 – 33 = 0	33÷33 = 1
3×3 – 3×3 = 0	(3×3)÷(3×3) = 1
3÷3 – 3÷3 = 0	(3÷3)÷(3÷3) = 1
(3 + 3) – (3 + 3) = 0	(3 + 3)÷(3 + 3) = 1

Cómo hallar dos números conociendo su suma y su diferencia

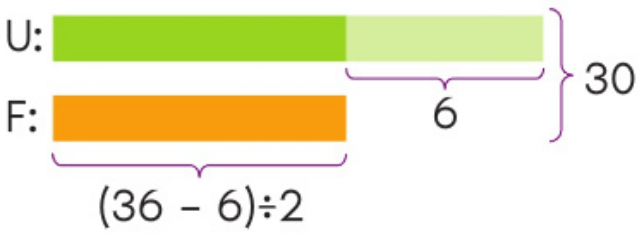
Ejemplo 1

Úrsula y Felipe tienen 36 soles entre los dos. Úrsula tiene 6 soles más que Felipe. ¿Cuánto tiene cada uno?

Resolviendo:

Representemos gráficamente lo que tienen:

Si a la suma le quitamos la diferencia:



- Felipe tiene: 30÷2 = 15
- Úrsula tiene: 15 + 6 = 21

Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación

Orden de prioridad de las operaciones.

Prioridad significa qué operación se efectúa primero.

Una forma de indicar en qué orden se deben efectuar las operaciones es mediante los signos de agrupación o colección:

Paréntesis: ( )
Corchetes: [ ]
Llaves: { }

En la presencia de estos signos se efectúa primero las operaciones dentro de ellos.

Si no hay signos de colección las operaciones se efectúan en el siguiente orden:

1° La potenciación y radicación.

2° La multiplicación y división.

3° La adición y sustracción.

Las operaciones de la misma jerarquía se efectúan de izquierda a derecha.

Ejemplo 2

Completa la tabla calculando los números en base a su suma y su diferencia.

$a + b$	24	38	48	120	150	250
$a - b$	10	8	40	20	60	130
a						
b						

Ten en cuenta

Cálculo de dos números conociendo su suma y su diferencia.

Sean dos números a y b, tal que:

$$\begin{array}{l} a + b = S \\ a - b = D \end{array} \quad +$$

$$2a = S + D$$

$$a = \frac{S + D}{2}$$

$$b = \frac{S - D}{2}$$

Estrategia para resolver problemas matemáticos

1. **Leer.-** Hay que leer respetando los signos de puntuación, si es necesario varias veces, hasta entender completamente o buena parte del problema.

2. **Esquematizar.-** Hay que representar con un esquema, gráfico o dibujo lo que se ha entendido del problema, anotando los datos correspondientes.

3. **Resolver.-** Después de los pasos anteriores, debemos aplicar la operación correspondiente para llegar a la solución y ejecutarlo.

4. **Comprobar.-** Una vez obtenida la solución, es recomendable verificar que ella satisface las condiciones del problema.

Ejemplo 3

Felipe y Leandro cosecharon papa en chacras vecinas. Entre los dos obtuvieron 120 sacos, pero Felipe cosechó el doble de lo que cosechó su vecino.

¿Cuántos sacos de papa cosecharon cada uno?

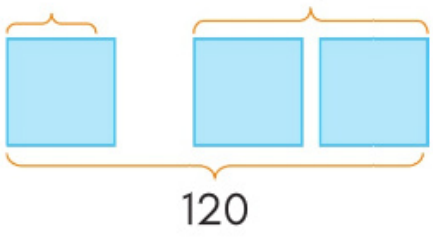
¿Cuántos sacos menos que Felipe cosechó Leandro?

Resolviendo: siguiendo los pasos que hemos establecido.

1. Leemos:

Podemos notar que Felipe cosechó más sacos que Leandro, además, lo que puso Felipe más lo que puso Leandro deben sumar los 120 sacos.

2. Esquematizamos:



3. Resolvemos:

Se observa que Leandro cosechó la tercera parte del total:

a) Leandro cosechó: $120 \div 3 =$ 40 sacos

Felipe cosechó: $2 \times 40 =$ 80 sacos

b) Leandro obtuvo $80 - 40 =$ 40 sacos menos que Felipe.

4. Comprobamos:

- Entre los dos cosecharon: $80 + 40 = 120$
- Felipe obtuvo el doble de Leandro: $80 = 2 \times 40$

Nivel básico

1 Alex tiene 50 caramelos, se queda con 14 y el resto lo distribuye en partes iguales entre sus amigos. Si cada amigo recibió 4 caramelos, ¿cuántos son los amigos de Alex?

2 Araceli tiene 39 soles luego de dar 17 soles a Pilar.

a) ¿Cuánto tenía Araceli al principio?

b) Si Pilar tiene 30 soles luego de recibir, ¿cuánto menos que Araceli tenía al principio?

3 Con 50 soles compro 3 helados de 4 soles y 5 chocolates de 6 soles. **Expresa** la operación que se debe realizar para calcular mi vuelto.

4 Entre Gustavo y Hugo tenían que resolver 60 problemas de matemáticas, la mitad cada uno, pero Gustavo resolvió 6 problemas más que Hugo. ¿Cuántos problemas resolvieron cada uno?

5 Juan y Pedro compraron 180 hectáreas de terreno para sembrar espárragos, pero decidieron incluir alcachofas. Si los espárragos ocupan triple de área que las alcachofas, ¿cuántas hectáreas ocupa cada planta?

Nivel intermedio

6 Las edades de dos hermanos suman 63 años. Si cuando nació el menor el otro ya tenía 13 años, ¿qué edad tiene el menor?

7 Se compró 4 naranjas a S/. 3. ¿Cuánto se gana al vender 372 naranjas a S/. 5 cada 6 naranjas?

8 Si Miguel le da S/.40 a José, ambos tendrían la misma cantidad. ¿Cuál es la diferencia entre las cantidades que tienen?

Genio Matic

9 Entre Felipe y María tienen S/. 60. Si el que más tiene le da al otro S/.8, entonces ambos tendrían la misma cantidad de dinero. ¿Cuál es la cantidad de dinero del que tiene el menos?

10 En una fiesta infantil se distribuyen 151 caramelos a 35 niños, dando 3 caramelos a cada varón y 5 caramelos a cada niña. ¿Cuántas niñas hay en la fiesta?

11 Antonio compró 80 blusas de colores plomo y naranja. Como las chompas plomas tienen más demanda, compró el triple número del de las naranjas. Las vendió todas, las plomas a 25 soles y las naranja a 22 soles. ¿Cuánto obtuvo?

Nivel avanzado

12 Un comerciante compra 4 cuadernos a S/. 45 soles y luego los vende a 3 por S/. 50. Si obtiene una ganancia de S/. 2600, ¿cuántos cuadernos vendió?

13 Un frutero tiene, 90 frutas entre plátanos, fresas y manzanas. Si tuviera 15 plátanos más, 5 fresas más y 11 manzanas menos, tendría la misma cantidad de frutas de cada tipo. El número de manzanas que tiene es:

14 Si comprase 12 lámparas me faltarían 360 soles y si comprase 8 lámparas me sobrarían 40 soles. ¿Cuánto dinero tengo?

Tarea

1 Con 100 soles, Andrea compró 4 muñecas de 8 soles, 5 binchas de 3 soles y una cartera. Si le dieron 23 soles de vuelto, ¿cuánto le costó la cartera?

2 La suma de las edades de Ada y Miriam es 48 años. Si Ada le dice a Miriam: cuando tú naciste yo tenía 6 años, ¿cuáles son las edades de cada una?

3 Carlos compró dos naranjas por 1 sol y los vendió a 3 por 2 soles. Si ganó en total 20 soles, ¿cuántas naranjas vendió?

4 Cuando don Jeremías se disponía a comprar, con 60 soles, entradas para el teatro, se percató de que le iba a faltar 12 soles, entonces compró entradas de 8 soles y aún le sobró tanto como le había faltado al principio. Cuántas entradas compró?

Reforzando - Unidad 2

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Adela y su hijo pesan juntos 98 kg y la madre sola pesa 62 kg. ¿Cuánto pesa el hijo?

A) 36 kg B) 36 kg C) 36 kg D) 36 kg

2 La suma de 1568 y otro número es 3 567. ¿Cuál es el otro número?

A) 1899 B) 1989 C) 2000 D) 1999

3 Compré un par de zapatos a 123 soles y unas botas a 145 soles. ¿Cuánto pagué?

A) S/. 278 B) S/. 268
C) S/. 288 D) S/. 258

4 En una resta, el minuendo es 7 349 y la diferencia es 3948. ¿Cuál es la suma del minuendo y el sustraendo?

A) 10 750 B) 11 679
C) 10 745 D) 10 547

5 Tenía 386 soles y en un concurso gané 200 soles. Cuánto tengo ahora?

A) S/. 578 B) S/. 586
C) S/. 568 D) S/. 587

6 Un tren que viaja con 568 pasajeros deja 89 pasajeros en una estación y recoge a 128. ¿Con cuántos pasajeros continúa el viaje?

A) 617 B) 679 C) 607 D) 608

7 En el monedero llevo cuatro billetes de diez soles y siete monedas de cinco soles. ¿Cuántos soles tengo?

A) S/. 75 B) S/. 87
C) S/. 85 D) S/. 76

8 Pedro compró 7 soldaditos a 3 soles cada uno. Como no le gustaron los vendió a 2 soles cada uno. ¿Cuánto dinero perdió?

A) S/. 6 B) S/. 7
C) S/. 14 D) S/. 8

9 Esteban estuvo tres semanas en un hotel del Cusco. ¿Cuánto pagó la estadía si cada día del hotel le costó 54 soles?

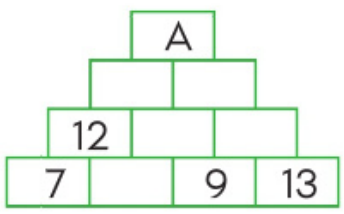
A) S/. 384 B) S/. 368
C) S/. 387 D) S/. 378

10 En un campo de olivos hay 12 filas plantadas. Si cada fila tiene 36 olivos, ¿cuántos olivos hay en total en el campo?

A) 432 B) 423 C) 452 D) 436

11 Determina el valor de "A", si el número de cada recuadro es la suma de los números de los recuadros que están debajo:

A) 68
B) 64
C) 75
D) 65



12 Eva lleva en su estuche 6 lapiceros, el doble de rotuladores y el triple de lápices de colores. ¿Cuántas cosas lleva en total en su estuche?

A) 56 B) 64 C) 54 D) 55

13 Debía 10 000 soles y aboné 6 479 soles. ¿Cuánto debo todavía?

A) S/. 3 532 B) S/. 3 521
C) S/. 3 541 D) S/. 3570

14 Isaac vende un terreno en S/. 29 740 perdiendo S/. 6 540. ¿Cuánto le costó dicho terreno?

A) S/. 36 580 B) S/. 36 380
C) S/. 36 480 D) S/. 36 280

15 Una caja tiene 100 bombones. Si cada uno de tus 8 amigos se come 9 bombones, ¿cuántos bombones quedan en la caja?

A) 26 B) 28 C) 32 D) 38

16 En una fábrica se ensamblan 58 bicicletas diariamente. ¿Cuántos días se emplean para ensamblar 3 480 bicicletas?

A) 80 días B) 60 días
C) 55 días D) 65 días

17 José compró un pantalón por S/. 95; una camisa por S/. 35 menos que el pantalón y un par de zapatos por S/. 135. ¿Cuánto gastó en total?

A) S/. 270 B) S/. 280
C) S/. 290 D) S/. 285

18 Escribe en números:

"Treinta y un millones ciento cuarenta y un mil seiscientos ochenta y dos".

A) 31 141 622 B) 31 141 602
C) 31 141 682 D) 31 146 403

19 La ardilla y la liebre juegan a coger nueces. La ardilla coge 8 nueces y la liebre tantas como siete veces lo que coge la ardilla. ¿Cuántas nueces coge la ardilla?

A) 56 B) 46 C) 64 D) 72

ENUNCIADO 1

Observa la siguiente tabla y responde las dos preguntas que siguen.

Visita al Zoológico

	Entrada	Entrada y comida
Infantil	S./ 9	S/. 12
Adulto	S/. 11	S/. 15
3° Edad	S/. 3	S/. 5

20 María ha sacado 7 entradas infantiles y 2 de adultos, todas con comida incluida. ¿Cuánto ha pagado por ellas?

A) S/. 142 B) S/. 124
C) S/. 114 D) S/. 120

21 Un abuelo ha ido al Zoológico con sus 9 nietos. Él compra 9 entradas infantiles y 3 de adultos. Si le descuentan S/ 20, ¿cuánto ha pagado en total?

A) S/. 96 B) S/. 94
C) S/. 95 D) S/. 90

22 Micaela se prepara para correr una maratón. La primera semana corre durante 45 minutos, la segunda semana corre 15 minutos más que la primera semana, la tercera semana 30 minutos más que la segunda y la cuarta semana corre 20 minutos más que la semana anterior. ¿Cuántas horas corrió durante el mes Micaela?

A) 5 h B) 6 h C) 4 h D) 7 h

ENUNCIADO 2

En un estadio se realizará un concierto de rock, poniéndose a la venta 45 000 localidades, tal como se muestra.

Tribuna	Capacidad	Precio de entrada
Norte	15 000	S/. 15
Sur	15 000	S/. 20
Oriente	8 000	S/. 40
Occidente	7 000	S/. 60

23 ¿Cuál será la recaudación si se venden todas las localidades?

A) S/. 1 265 000 B) S/. 1 365 000
C) S/. 1625 000 D) S/. 1 250 000

24 ¿Cuál será la recaudación si solo se venden la mitad de las de tribuna norte y sur, y la cuarta parte de las otras tribunas?

A) S/. 547 500 B) S/. 447 500
C) S/. 470 500 D) S/. 450 500

25 Mariela compró 40 jarrones decorativos a 250 soles la decena. Diez jarrones los vendió ganando 15 soles en cada uno y los restantes vendió en 45 soles cada uno. ¿Cuánto ganó en la operación?

A) S/. 650 B) S/. 940
C) S/. 750 D) S/. 850

26 La suma de 12 389 y otro número es 32 628. ¿Cuál es el otro número?

27 Un sobre de cromos te cuesta 20 céntimos. ¿Cuántos céntimos te costarán 15 sobres?

28 Tengo 8 bolsas de canicas. Si en cada bolsa hay 62 canicas, ¿cuántas tengo en total?

29 Al empezar el curso compraste 3 cajas de lápices de 6 lápices cada una. Si ya has gastado 9 lápices, ¿cuántos te quedan?

30 Para pagar un libro entregué 50 soles. Si me devolvieron 3 monedas de 2 soles, ¿cuánto vale el libro?

31 He comprado 12 chocolates de 7 soles cada uno. Si pagué con dos billetes de 50 soles, ¿cuánto me dieron de vuelto?

32 Entre Carmen y Claudio tienen 240 soles. Si Carmen tuviera 20 soles más y Claudio 40 soles más, Claudio tendría el doble de lo que tendría Carmen. ¿Cuánto tiene cada uno?

33 En mi colegio hay seis clases con 26 niños y niñas en cada una, y dos con 24 niños y niñas. ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en mi colegio?

34 María compró en la tienda 3 latas de atún a 7 soles cada lata, 12 tarros de leche a 4 soles cada tarro. Si pagó con 4 billetes de 20 soles, ¿cuánto de vuelto le dieron?

35 Vendo 16 relojes a 15 soles cada uno. Si los compro a 9 soles cada uno, ¿cuál es mi ganancia?

36 El profesor Farfán propuso 1450 problemas durante el año escolar, de los cuales resolvió en el aula la mitad. La otra mitad lo resolvieron los alumnos, una parte en sus casas y el resto en el colegio. Si en el colegio resolvieron 348 problemas, ¿cuántos resolvieron en sus casas?

37 Elena tiene que caminar 120 minutos del colegio a su casa, pero cuando va con su amiga demora 150 minutos. Si durante 4 días caminó 570 minutos, ¿cuántas veces caminó sola?

38 Cinco cuadernos cuestan 75 soles. He comprado 3 cuadernos y pagué con un billete de 100 soles. ¿Cuánto me tienen que devolver?

39 La edad de mi padre es el triple de la mía. Yo tengo 12 años. ¿Dentro de cuántos años nuestras edades sumarán 60 años?

40 A Pedro le han regalado una colección de 6 libros de cuentos. Cada libro tiene 168 páginas. Pedro se ha propuesto leer todos los días 21 páginas. ¿En cuántos días terminará de leer los 6 libros?

41 Completa la siguiente tabla:

+	378	1762
348	726	
7621		
21 762		
12 678		
6C+ 4D + 7U		

42 De un libro de 321 hojas se arrancaron cierto número de hojas del principio, observándose que en las páginas restantes se usaron 1697 tipos de imprenta. Cuántas hojas se arrancaron:

Autoevaluación

1. Violeta tiene S/.12 500 y Carmen tiene S/. 3 480 menos que Violeta. ¿Cuánto tienen entre las dos?

2. Un comerciante compró S/. 5 760 de arroz, S/. 3 500 de azúcar y S/. 2 450 de leche. ¿Cuánto pagó en total?

3. Pedro ha vendido 150 papayas a 8 soles cada una y 236 sandías a 12 soles cada una. ¿Cuánto dinero ha recibido?

4. En una granja hay 3 250 aves, entre pollos, gallinas y pavos. Si hay 1 150 pollos y 830 gallinas, ¿cuántos pavos hay?

5. Marlon compra dos terrenos, uno por S/. 25 600 y el otro por S/. 36 540. Si vende los dos terrenos por S/. 80 000, ¿cuánto gana?

6. Aquiles corre detrás de una tortuga. En un principio la distancia entre ellos es de 990 metros. Si Aquiles recorre 100 metros cada minuto y la tortuga recorre 1 metro cada minuto, ¿en cuántos minutos alcanzará Aquiles a la tortuga?

3 La divisibilidad

La divisibilidad es una de las propiedades más usadas de los números naturales. Cuando queremos formar grupos de igual número con cantidades considerables, siempre nos preguntamos si será posible o no. La divisibilidad nos ayuda a resolver este tipo de problemas.

Reciclamos para mantener limpio nuestro medio ambiente

Actualmente, las cifras de contaminación son alarmantes para nuestro país. Reciclar es el proceso mediante el cual los productos de desecho son nuevamente utilizados y tiene por objeto la recuperación, de forma directa o indirecta, de los componentes que contienen los residuos urbanos. También consiste en dejar los desechos en los tachos correspondientes.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce la notación y representación de la multiplicidad de números.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa su comprensión de los múltiplos y los principios de la divisibilidad.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Utiliza los principios y criterios de la divisibilidad en la resolución de diversos problemas de multiplicidad.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Argumenta los criterios de divisibilidad por diferentes módulos y sus aplicaciones en el cálculo del resto.

Multiplicación y división

DIVISIBILIDAD: Principios

Un mes de mayo, Manuel ha obtenido un préstamo bancario para pagar en cuotas mensuales por 50 meses.

Él ha prometido a su esposa hacer una fiesta cuando haya cancelado la última cuota del préstamo.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿En qué mes hará Manuel la fiesta para cumplir la promesa a la esposa? _____

Frecuentemente se presenta el caso en que se quiere saber si una cantidad de objetos se puede dividir en partes iguales. **La divisibilidad** nos ayuda a resolver este tipo de problemas de una forma muy sencilla.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Cada vez que pasen 12 meses volverá a estar en el mes de mayo.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 12 \\ 48 & 4 \\ \hline 2 & \end{array} \Rightarrow 50 = 4\cdot 12 + 2$$

$$50 = \overset{\circ}{12} + 2$$

Esto quiere decir que pasará un número exacto de años y 2 meses más.

$\therefore$ Hará la fiesta en el mes de julio.

Múltiplos de un número

Múltiplos de 2: 0 | 2 | 4 | 6 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ...

Múltiplos de 3: 0 | 3 | 6 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ...

Múltiplos de 5: ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ...

Ejemplo 1

Halla la suma de los 5 primeros múltiplos de 4 de dos cifras.

Ejemplo 2

Entre 20 y 40, ¿cuántos múltiplos de 7 existen?

Ten en cuenta

DIVISIBILIDAD

- El número 45 se dice que es divisible entre 9, porque:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 9 \\ 0 & 5 \end{array} \Rightarrow 45 = 9\times 5$$

$$45 = \overset{\circ}{9}$$

0: Residuo

$\overset{\circ}{9}$: Múltiplo de 9

O sea, al dividir 45 entre 9 el residuo es 0. Además, 45 se puede expresar como el producto de 9×5.

Entonces:

divisible entre - múltiplo de

45 módulo → 9

divisor de - divide a

- El número 48 no es divisible entre 9. Sin embargo:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 9 \\ 3 & 5 \end{array} \Rightarrow 45 = 9\times 5 + 3$$

$$45 = \overset{\circ}{9} + 3$$

Cuando no es múltiplo, se expresa como múltiplo del módulo más un resto.

Principios de la divisibilidad

1. Si sumamos múltiplos del mismo módulo, la suma también resulta múltiplo del módulo.

$$\overset{\circ}{20} + \overset{\circ}{25} + \overset{\circ}{35} = \overset{\circ}{80}$$
$$\overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{5}$$

En general:

$$\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$$

2. Si al múltiplo de un módulo multiplicamos por cualquier número natural, el producto sigue siendo múltiplo del módulo.

$$5 \times \overset{\circ}{18} = \overset{\circ}{90}$$
$$\overset{\circ}{9} \quad \overset{\circ}{9}$$

En general:

$$k(\overset{\circ}{n}) = \overset{\circ}{n}$$

3. Si un número es múltiplo de varios módulos, es múltiplo del menor múltiplo común de los módulos.

Sea: $A = \overset{\circ}{5}$

$A = \overset{\circ}{6} \Rightarrow A = \overset{\circ}{30}$

$A = \overset{\circ}{10}$

Menor múltiplo común de 5; 6 y 10.

Ejemplo 3

Alberto cuenta sus caramelos de 4 en 4 y le sobran 2. Si A representa el número de caramelos de Alberto, exprésalo en términos de módulo 4.

Ejemplo 4

Andrea piensa en un número cuya división entre 7 da un resto 3. Si el número lo multiplica por 4 y vuelve a dividirlo entre 7, ¿cuál será el resto?

Ejemplo 5

Nicol cuenta sus galletas de 5 en 5 y le sobran 3, Sandra hace lo mismo con las suyas y le sobran 4. Si las dos juntan sus galletas y las vuelven a contar de 5 en 5, ¿cuánto les sobrará?

Nivel básico

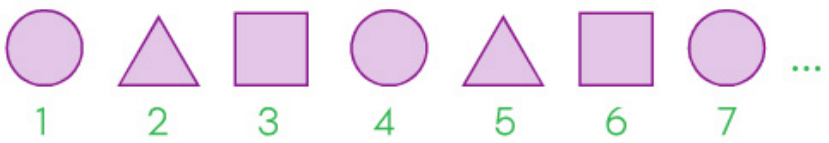
1 **Escribe** los 5 primeros múltiplos de dos cifras de 6 y calcula la suma.

2 **Expresa** los números 20; 30 y 40 como múltiplos de 7 más el resto correspondiente.

3 ¿Cuántos múltiplos de 6 hay entre 20 y 40?

4 Si hoy es martes, ¿qué día será dentro de 20 días?

5 En esta secuencia de figuras, ¿qué figura le tocará al número 40?



Nivel intermedio

6 Cuando el profesor de educación física formó con los alumnos grupos de 8, sobró 5. En ese momento llegaron 21 alumnos y con todos volvió a formar grupos de 8. ¿Cuánto le sobró esta vez?

7 Un número A es divisible entre 6. Se le suma 2 y luego se le multiplica por 4. Cuando este resultado se divida entre 6, ¿qué resto se obtendrá?

8 José Luis visitó a la tía Laura un día lunes y volverá a visitarla dentro de 38 días. ¿Qué día de la semana será ese día?

9 Lina vive en la Selva. Cada vez que llueve fuerte se inician dos goteras del techo, una cada 4 segundos y la otra cada 6 segundos. ¿Cada cuántos segundos coinciden las goteras?

10 La abuelita Manuela vive en un cerro y para llegar a su casa debe subir una escalera de 80 escalones. En la subida, ella descansa cada 12 escalones. ¿En qué escalón descansa por quinta vez y faltando cuántos escalones descansa por última vez?

Nivel avanzado

11 En una mina, los carreros sacan un viaje de desmonte cada 5 viajes de mineral. ¿Qué material sacan en el viaje 60° y en el viaje 70°?

12 Apenas son las 3 de la mañana y los gallos empiezan a cantar – dice José – luego, mi gallo canta cada 15 minutos y el de mi vecina cada 20.

¿Cada cuántos minutos cantan a la vez, y a qué hora cantan juntos por tercera vez?

13 El tren de la Línea 1 sale de Bayóvar cada 8 minutos. El primer tren sale a las 6 de la mañana. El tren tarda 12 minutos en llegar a la estación Los Jardines. Un pasajero que llega a la estación a las 8:30, ¿cuánto tiempo debe esperar para abordar el tren?

14 Roberto visita al tío Ruperto cada 5 días. Lo visitó un día domingo. ¿Después de cuántos días volverá a visitarlo un domingo?

Tarea

1 La avena del desayuno tarda 16 minutos en cocinar. A Fidel le pide su mamá que se fije en la cocina cada 3 minutos para que no rebalse al hervir. ¿Cuántas veces debe fijarse en la cocina Fidel?

2 Si hoy es sábado, ¿qué día será dentro de 25 días?

3 Con los soldados de su batallón el teniente Bonilla puede formar grupos de 8, sobrándole 6. El teniente Castillo puede hacer lo propio con los suyos, sobrándole 7. Si se juntan los soldados de los dos batallones, ¿cuánto sobraría al agruparlos de 8 en 8?

4 El profesor de música pide que el bombo suene cada 2 segundos y el platillo cada 3 segundos. Al inicio de la pieza musical suenan ambos. Si la pieza dura 5 minutos, ¿cuántas veces coincidieron el bombo y el platillo?

Criterios de divisibilidad I

Principios de divisibilidad

Indira ha comprado 3 756 tazas. Quiere venderlas embaladas en paquetes pero no se decide si embalarlas de 4 en 4 o de 5 en 5.

Ella no quiere que sobre ninguna taza cuando haya embalado todas.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿En qué caso sobra y cuánto? _____

Los criterios de divisibilidad nos permiten determinar, sin necesidad de dividir, si un número es divisible entre un módulo y en caso de que no fuera divisible, nos permite calcular el resto de un modo sencillo y práctico.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- **Analizamos la divisibilidad entre 4:**

$3756 = 37\times\underbrace{100}_{\overset{\circ}{4}} + 56$

$3756 = \overset{\circ}{4} + \underbrace{56}_{\overset{\circ}{4}}$

$3756 = \overset{\circ}{4} + \overset{\circ}{4} = \overset{\circ}{4}$

100 es múltiplo de 4, por consiguiente 37×100 es múltiplo de 4.

Para que 3756 sea múltiplo de 4 solo depende de 56, o sea, del número formado por las 2 últimas cifras.

Para averiguar si 3756 es múltiplo de 4 solo dividimos 56 entre 4.

$56 \mid 4 \Rightarrow 56 = \overset{\circ}{4}$

4 | 14

16

16

- -

Como 3756 es divisible o múltiplo de 4, al empaquetar de 4 en 4 no va sobrar ninguna taza.

- **Analizamos la divisibilidad entre 5:**

$3756 = 375\times\underbrace{10}_{\overset{\circ}{5}} + 6$

$3756 = \overset{\circ}{5} + 1$

10 es múltiplo de 5, por consiguiente 375×10 es múltiplo de 5.

Cuando se empaquete de 5 en 5 va a sobrar 1.

∴ Sobra 1 en caso de que empaquete de 5 en 5.

Ejemplo 1

Llena la tabla con el resto de dividir el número entre el módulo.

Número	2 341			26 724			214 268			146 257		
Módulo	2	4	8	2	4	8	2	4	8	2	4	8
Resto												

Ten en cuenta

1. Divisibilidad por 2:

$\overline{abc} = \underbrace{\overline{ab0}}_{\overset{\circ}{2}} + c$

Para que un número sea divisible por 2 solo depende de su última cifra. Para que sea $\overset{\circ}{2}$ debe terminar en cifra par, en caso contrario el residuo de dividir tal cifra entre 2 es 1.

2. Divisibilidad por 4:

$\overline{abc} = \underbrace{\overline{a00}}_{\overset{\circ}{4}} + \overline{bc}$

Para que un número sea divisible por 4 solo depende de sus 2 últimas cifras.

Para que sea $\overset{\circ}{4}$, el número formado por las 2 últimas cifras debe ser múltiplo de 4, en caso contrario este número determina el resto de dividir entre 4.

3. Divisibilidad por 8:

$\overline{abcd} = \underbrace{\overline{a000}}_{\overset{\circ}{8}} + \overline{bcd}$

Para que un número sea divisible por 8 solo depende de sus 3 últimas cifras.

Para que sea $\overset{\circ}{8}$, las 3 últimas cifras debe ser múltiplo de 8, en caso contrario este número determina el resto de dividir entre 8.

Ejemplo 2

En una plataforma se encuentra un contingente de 357 soldados. Los sargentos Gómez, Salinas y Paiva reciben la orden de contarlos. Gómez lo hace de 4 en 4, Salinas de 5 en 5 y Paiva de 8 en 8. ¿Cuánto le sobra a cada uno?

Resolviendo:

Gómez

$357 = \overset{\circ}{4} + 57$

57	4
56	14
1	

$\Rightarrow 357 = \overset{\circ}{4} + 1$

Salinas

$357 = \overset{\circ}{5} + 7$

7	5
5	1
2	

$\Rightarrow 357 = \overset{\circ}{5} + 2$

Paiva

$357 = \overset{\circ}{8} + 357$

357	8
32	44
37	
32	
5	

$\Rightarrow 357 = \overset{\circ}{8} + 5$

$\therefore$ Sobran 1; 2 y 5, respectivamente.

Ejemplo 3

Llena la tabla con el resto de dividir el número entre el módulo.

Número	425		1 430		23 877		23 580	
Módulo	5	25	5	25	25	125	25	125
Resto								

Ejemplo 4

En la farmacia de un hospital se han recibido $\overline{245m}$ vacunas contra la polio y $\overline{m(m+1)pq}$ vacunas contra la varicela. Las de polio vienen en paquetes de 8 y las de varicela en cajas de 125 vacunas. ¿Cuántas hay de cada una?

Resolviendo:

- $\overline{245m} = \overset{\circ}{8} \Rightarrow \overline{45m} = \overset{\circ}{8}$

45m	8
40	57
5m	
56	
- -	

$m = 6 \Rightarrow \overline{245m} = 2456$

- $\overline{m(m+1)pq} = \overline{67pq} = \overset{\circ}{125}$ (6)

$\overline{7pq} = 125 \times 6$

$\overline{7pq} = 750$

$\Rightarrow \overline{67pq} = 6750$

$\therefore$ Hay 2 456 vacunas contra la polio y 6 750 vacunas contra la varicela.

Ten en cuenta

4. Divisibilidad por 5:

$\overline{abc} = \underbrace{\overline{ab0}}_{\overset{\circ}{5}} + c$

Para que un número sea divisible por 5 solo depende de su última cifra. Para que sea $\overset{\circ}{5}$ debe terminar en 0 o 5, en caso contrario esta cifra determina el resto de dividir entre 5.

5. Divisibilidad por 25:

$\overline{abc} = \underbrace{\overline{a00}}_{\overset{\circ}{25}} + \overline{bc}$

Para que un número sea divisible por 25 solo depende de sus 2 últimas cifras.

Para que sea $\overset{\circ}{25}$, el número formado por las 2 últimas cifras debe ser múltiplo de 25, en caso contrario este número determina el resto de dividir entre 25.

6. Divisibilidad por 125:

$\overline{abcd} = \underbrace{\overline{a000}}_{\overset{\circ}{125}} + \overline{bcd}$

Para que un número sea divisible por 125 solo depende de sus 3 últimas cifras.

Para que sea $\overset{\circ}{125}$, el número formado por las 3 últimas cifras debe ser múltiplo de 125, en caso contrario este número determina el resto de dividir entre 125.

Nivel básico

1 En una tienda comercial hay 3 567 cucharas. Cuánto sobraría si se embalan de:

a) 8 en 8 b) 25 en 25

2 Cuánto se debe agregar como mínimo a 23 546 para que sea:

a) Divisible entre 25 b) Divisible entre 125

3 Arturo ha decidido repartir sus 134 soldados de juguete en partes iguales entre sus 5 amigos, porque se va de viaje a Bolivia. ¿Cuánto le sobra luego de repartir?

4 De las proposiciones:

I. Todo número múltiplo de 4 es múltiplo de 8.

II. Todo múltiplo de ocho termia en cifra par.

III. Si un número termina en 3 ceros entonces es múltiplo de 8 y de 125. Son ciertas:

5 ¿Cuál es el menor número de 4 cifras múltiplo de 4 que se puede formar con las cifras 2; 3; 5; 6?

Nivel intermedio

6 ¿Cuál es la suma de los residuos que se obtienen al dividir:

A = 2479 ; B = 1342 y C = 4690 entre 25?

7 **Halla** la suma de los valores de a para que el número $\overline{a3a}$ sea múltiplo de 4.

8 **Halla** los valores de a y b, en cada caso, para que $\overline{576a}$ y $\overline{725b}$ sean divisibles por 4.

9 Si los números $\overline{3479x}$ y $\overline{2497y}$ son múltiplos de 8, **halla** $x \cdot y$.

10 Si $\overline{a86a} = \overset{\circ}{5}$ y $\overline{abba} = \overset{\circ}{25}$, **halla** la suma de los valores de a y b.

Nivel avanzado

11 Si: $\overline{aba} = \overset{\circ}{5}$ y $\overline{3aab} = \overset{\circ}{8}$, **halla** $a + b$.

12 Si $\overline{1bc}$ es igual a $5 \times b \times c$, **halla** el valor de $b + c$.

13 Si: $\overline{an24a} = \overset{\circ}{8}$ y $\overline{xy2ab} = \overset{\circ}{25} + 10$, **halla** $a \times b$.

14 **Halla** la suma de cifras de un número de tres cifras que termina en 45, tal que al invertir el orden de sus cifras y tachar la cifra central resulta un múltiplo de 8.

15 ¿Cuántos números de tres cifras, divisibles por 25, resultan divisibles por 8 al invertir el orden de sus cifras?

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Tarea

1 **Determina** los residuos que se obtienen al dividir 65 y 479 entre 2; 4 y 8. **Da** como respuesta la suma de los resultados que se obtienen.

2 **Calcula** el máximo valor de $a \times b$, si:

I. $\overline{4a7a} = \overset{\circ}{5}$ II. $\overline{aabb} = \overset{\circ}{4}$

3 **Halla** la suma de los residuos que se obtienen al dividir 654; 228 y 324 entre 5 y 25.

4 Si el número $\overline{a741aaa}$ es divisible por 5 y $\overline{aab}$ es múltiplo de 8, **halla** "b".

Criterios de divisibilidad II

Principios de divisibilidad

Marco tiene 348 botellas de vino dulce; 289 botellas de vino semiseco y 285 botellas de vino seco.

Las de vino dulce se transportan en cajas de 9 botellas, las de semiseco en cajas de 11 botellas y las de vino seco en cajas de 15 botellas.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Luego de encajarlas, ¿cuántas botellas de cada tipo le sobró a Marco?

En este capítulo vamos a analizar las condiciones que debe reunir un número para ser divisible entre **3; 9 y 11.**

Resolviendo: (Problema introductorio)

- **348 botellas de vino dulce en cajas de 9 botellas:**

$$348 = 3\times100 + 4\times10 + 8$$
$$= 3(\underbrace{99}_{\overset{\circ}{9}} + 1) + 4(\underbrace{9}_{\overset{\circ}{9}} + 1) + 8$$
$$= \overset{\circ}{9} + 3 + \overset{\circ}{9} + 4 + 8$$
$$= \overset{\circ}{9} + \underbrace{(3 + 4 + 8)}_{\text{Suma de cifras 348}} = \overset{\circ}{9} + \underbrace{15}_{\overset{\circ}{9}+6} = \overset{\circ}{9} + \underbrace{6}_{\text{sobra}}$$

Para que un número sea divisible por 9 la suma de sus cifras debe ser múltiplo de 9, en caso contrario la suma de cifras determina el resto de dividir entre 9.

- **289 botellas de vino semiseco en cajas de 11 botellas:**

$$289 = 2\times100 + 8\times10 + 9 = 2(\underbrace{99}_{\overset{\circ}{11}} + 1) + 8(\underbrace{11}_{\overset{\circ}{11}} - 1) + 9$$
$$= \overset{\circ}{11} + 2 + \overset{\circ}{11} - 8 + 9$$
$$= \overset{\circ}{11} + (2 - 8 + 9) = \overset{\circ}{11} + \underbrace{3}_{\text{sobra}}$$

Forma práctica: $\overset{+\,-\,+}{289}$

Un número es divisible por 11 si la suma de cifras de orden impar menos la suma de cifras de orden par es múltiplo de 11, en caso contrario esta diferencia determina el resto de dividir entre 11.

- **285 botellas de vino seco en cajas de 15 botellas:**

Para que 285 sea divisible entre 15, debe ser múltiplo de 3 y de 5. Es $\overset{\circ}{5}$ porque termina en 5. Analicemos la divisibilidad por 3.

$$285 = 2\times100 + 8\times10 + 5 = 2(\underbrace{99}_{\overset{\circ}{3}} + 1) + 8(\underbrace{9}_{\overset{\circ}{3}} + 1) + 5$$
$$= \overset{\circ}{3} + 2 + \overset{\circ}{3} + 8 + 5 = \overset{\circ}{3} + (2 + 8 + 5) = \overset{\circ}{3} + \underbrace{15}_{\overset{\circ}{3}} = \overset{\circ}{3}$$

Como 285 es múltiplo de 3 y 5, no sobra ninguna.

∴ De vino dulce sobran 6; de semiseco, 3 y de vino seco, ninguna.

Ten en cuenta

1. Divisibilidad por 9:

$$\overline{abc} = \underbrace{100}_{\overset{\circ}{9}+1}a + \underbrace{10}_{\overset{\circ}{9}+1}b + c$$
$$\overline{abc} = \overset{\circ}{9} + (a + b + c)$$

Para que un número sea divisible por 9, la suma de sus cifras debe ser múltiplo de 9, en caso contrario dicha suma determina el resto de dividir entre 9.

2. Divisibilidad por 3:

Dado que todo número divisible por 9 también lo es por 3, el criterio de divisibilidad por 9 también se aplica para 3.

3. Divisibilidad por 11:

$$\overline{abc} = \underbrace{100}_{\overset{\circ}{11}+1}a + \underbrace{10}_{\overset{\circ}{11}-1}b + c$$
$$\overline{abc} = \overset{\circ}{11} + (a - b + c)$$

Para que un número sea divisible por 11, la suma de cifras de orden impar menos la suma de cifras de orden par debe ser múltiplo de 11, en caso contrario esta diferencia determina el resto de dividir entre 11.

Ejemplo

Llena la tabla con el resto de dividir el número entre el módulo.

Número	1 453			215 321			536 452			347 982		
Módulo	3	9	11	3	9	11	3	9	11	3	9	11
Resto												

Nivel básico

1 En cuánto debe aumentar como mínimo el número 12 359 para que sea:

a) Múltiplo de 3 b) Múltiplo de 9

2 En cuánto debe disminuir como mínimo el número 38 454 para que sea:

a) Divisible entre 9 b) Divisible entre 11

3 ¿Por qué cifra se debe sustituir la cifra 3 de 653 254 para que sea múltiplo de 9?

4 **Califica** como verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:

a) Todo número divisible por 9 es divisible por 3. ( )

b) Todo número divisible por 3 es divisible por 9. ( )

c) Si un número es divisible por 4 entonces es divisible por 8. ( )

5 El número 41 729 se convierte en múltiplo de 11:

I. Sumándole 5 III. Sumándole 10

II. Restándole 6

Nivel intermedio

6 2 530 platos de losa se pueden embalar, en paquetes de 8, de 9 o de 11 platos. ¿En qué caso no sobra ninguno? **Justifica.**

Genio Matic

7 **Halla** "x" si $\overline{x53y}$ es un número divisible por 72.

8 En cada caso, **coloca** el valor de la cifra designada por ?

a) $4\ \boxed{?}\ 6785 = \overset{\circ}{11}$

b) $3751\ \boxed{?}\ 8 = \overset{\circ}{11}$

9 Si $\overline{abba} = \overset{\circ}{5}$ y $\overline{a4a4b} = 9$, **halla** el valor de $a \times b$.

Nivel avanzado

10 Si el número telefónico $\overline{xxxx38559y} = \overset{\circ}{72}$, **halla** $x + 3y$.

11 **Determina** el valor de x para que el numeral $\overline{34x68}$ al dividirlo por 11 deje residuo 4.

12 **Encuentra** el valor de "a" sabiendo que $\overline{a953b}$ es divisible por 88.

Tarea

1 Si $\overline{24x8} = \overset{\circ}{3}$ y $\overline{453y} = \overset{\circ}{3}$, **halla** $x \cdot y$.

2 ¿Cuál es la suma de los valores de x para que el número $\overline{824x}$ no sea divisible por 9?

3 Si el número $\overline{x3x5}$ es múltiplo de 11, **halla** el residuo de dividir $\overline{xxx45}$ entre 9.

4 Si el número $\overline{abb2a} = \overset{\circ}{45}$, **halla** el valor de $a - b$.

Reforzando - Unidad 3

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Alina cuenta consecutivamente los números desde 20 hasta 40. ¿Cuántas veces cuenta números divisibles por 6?

A) 2 veces B) 3 veces
C) 4 veces D) 5 veces

2 Javier juega con María a contar de 3 en 3 alternadamente. Empieza Javier diciendo "tres" y María dice "seis", y así sucesivamente. Entonces podemos asegurar que:

I. A Javier le toca decir "veintisiete"
II. A María le toca decir "cuarenta y cinco"
III. Ninguno dice "cincuenta"

A) Solo I B) Solo II
C) I y II D) Ninguno

3 Miguel hizo el cultivo de unos bichos. Al iniciar el experimento contó de 4 en 4 y le sobraron 3. Días después los bichos se habían triplicado y Miguel volvió a contar de 4 en 4. ¿Cuánto le sobró esta vez?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

4 Se juntaron dos pandillas de un barrio. La policía contó de 5 en 5 los integrantes de la primera pandilla y sobraron 3. La segunda pandilla tenía doble de integrantes que la primera. Las dos pandillas se enfrentaron en un parque y la policía los cercó y atrapó a todos. Los fueron metiendo de cinco en cinco al bus para llevarlos a la comisaría. ¿Cuántos sobraron?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

5 Uno de estos números no es divisible por 8. ¿Cuál es?

A) 296 B) 312 C) 284 D) 344

6 ¿Cuánto le falta a 2458 para que sea divisible por 9?

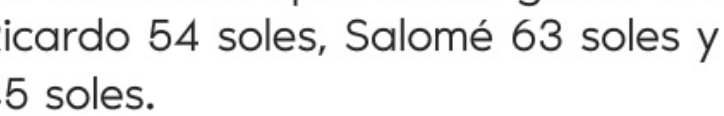
A) 8 B) 7 C) 5 D) 1

7 Sea A un número divisible por 7. Determina la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

a) A + 21 es divisible por 7.
b) 5A es divisible por 7.
c) 2A + 14 es divisible por 7.

A) VVV B) VVF C) VFV D) VFF

8 En esta secuencia de figuras:



I. El 50 le corresponde a un círculo
II. El 100 le corresponde a un triángulo
III. El 200 le corresponde a un cuadrado
Es cierto:

A) Solo I B) Solo II C) solo III D) I y II

9 En la secuencia: 4; 8; 12; 16; .... ; 60,
¿cuántos terminan en cifra 2?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

10 En una feria artesanal había adornos tejidos a 9 soles y adornos de cerámica a 8 soles. Cada miembro de un grupo de cuatro amigos compró en esta feria regalos del mismo tipo. Carlos gastó 64 soles, Ricardo 54 soles, Salomé 63 soles y Fidel 45 soles.
¿Quién compró adornos de cerámica?

A) Carlos B) Ricardo
C) Salomé D) Fidel

11 Alfonso tiene 72 soles, Cori tiene 60 soles y Emilia tiene 80 soles. ¿Cuál de los tres puede repartir lo que tiene entre 9 niños sin que le sobre ni falte?

A) Alfonso B) Cori
C) Emilia D) Ninguno

12 Un taxista siempre echa 8 galones de gasolina cada vez que recarga combustible a su coche. El taxista es tan metódico que siempre recarga el combustible cuando en su tanque quedan exactamente 3 galones. Un día lunes sale a trabajar con 5 galones de gasolina en el tanque. ¿Después de gastar cuántos galones recargará por cuarta vez en esa semana?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26

13 Este triángulo va rotando en la dirección de la flecha. Si cada lado mide 10 cm, ¿cuánto habrá recorrido el triángulo cuando su lado amarillo toque el piso por sexta vez?

A) 110 m B) 140 m C) 170 m D) 200 m

14 ¿Cuántos de los siguientes números son múltiplos de 3 pero no de 9?

1236 ; 2457 ; 3975 ; 3264 ; 63972

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

15 Elmer escribe los números:

2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; ... ; 200

¿Cuántas veces escribe un múltiplo de 7?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15

16 Vanessa escribe los números:

1 ; 12 ; 123 ; 1234 ; 12345 ; ...

hasta que resulte múltiplo de 9. ¿Cuántas cifras tiene el último número que escribe?

A) 9 B) 10 C) 7 D) 8

17 De las afirmaciones:

I. Todo número múltiplo de 9 es múltiplo de 3.

II. Todo número múltiplo de 3 es múltiplo de 9.

III. Todo número par múltiplo de 3 es múltiplo de 6.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I y III

18 De las afirmaciones:

I. Todo número múltiplo de 8 es múltiplo de 4.

II. Todo número múltiplo de 6 es múltiplo de 3.

III. Todo número par múltiplo de 4 es múltiplo de 8.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I y III

19 ¿Qué cifra debe reemplazar a la cifra 7 del número 483762 para que sea múltiplo de 9?

A) 4 B) 5 C) 9 D) 3

20 El número 3276 es múltiplo de 9. De las siguientes afirmaciones identifica las verdaderas:

I. Al invertir el orden de las cifras sigue siendo múltiplo de 9.

II. Si se invierte las cifras centrales ya no resulta múltiplo de 9.

III. Cualquier número escrito con las mismas cifras es múltiplo de 9.

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I y III

21 El número $\overline{abc}$ es divisible por 8. ¿Cuántos de los siguientes números son, con toda seguridad, múltiplos de 8?

$\overline{3abc}$; $\overline{cab8}$; $\overline{abc8}$; $\overline{9abc}$; $\overline{8bac}$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

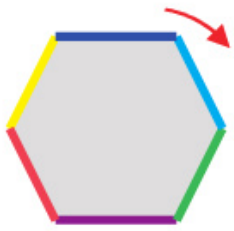
22 De los niños que se encuentran en el parque, la tercera parte juegan en el columpio, la cuarta parte siempre viene al parque. Si se les cuenta de 5 en 5 no sobra ninguno. ¿Cuántos niños hay como mínimo?

A) 20 B) 30 C) 60 D) 24

23 Martín tiene 60 soldaditos de juguete. Si los cuenta de 4 en 4, ¿cuántas veces menciona un número que termina en 4?

A) 2 veces B) 3 veces
C) 4 veces D) 5 veces

24 Este hexágono va rotando en la dirección de la flecha. Si cada lado mide 5 cm, ¿cuánto habrá recorrido cuando su lado amarillo toque el piso por quinta vez?



A) 135 m B) 140 m
C) 145 m D) 130 m

25 Del número $\overline{abc2}$, podemos afirmar que:

I. Siempre es múltiplo de 2.
II. Si c es impar entonces necesariamente es múltiplo de 4.
III. Siempre es múltiplo de 4.

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

26 La clase de 5° A tiene 24 alumnos, y la de 5° B, 28 alumnos. La profesora de Educación Física quiere formar equipos de 6 jugadores para que todos a la vez puedan jugar al baloncesto.

a) ¿Puede hacerlo en las dos clases?

b) ¿En cuál de las clases no se puede y cuántos quedarían sin equipo si se formasen de todos modos los equipos?

27 Escribe en tu cuaderno:

a) Los cinco primeros múltiplos de 12 mayores que 325.

b) Los múltiplos de 3 comprendidos entre 60 y 75.

c) El primer número mayor que 100 que es múltiplo de 4 y 6.

28 Explica por qué 7623 es múltiplo de 9 y por qué 498 no es múltiplo de 8.

29 En un supermercado están de oferta los yogures que vienen en packs de 8 unidades. ¿Cuáles son las diferentes cantidades de yogures que te puedes llevar según el número de packs que compres? Menciona unas 5 posibilidades.

30 ¿Cuántas veces hay que sumarle 2 al número 241 hasta que sea múltiplo de 9?

31 Demuestra que todos los números capicúas de 4 cifras son múltiplos de 11.

32 Si un número de tres cifras es múltiplo de 9, cuando se le invierte el orden de sus cifras, ¿sigue siendo múltiplo de 9? Argumenta tu respuesta.

33 Entre Nora y Teresa, una de ellas vende limones y la otra, naranjas. Los limones se venden en paquetes de 6, mientras que las naranjas en paquetes de 7.

Nora tiene 686 unidades de su producto y Teresa tiene 684 unidades de lo suyo. Identifica quién vende limones y quién, naranjas.

34 Los números A y B son divisibles por 4. Demuestra que $2(A + B)$ es divisible por 8.

35 ¿Cuál es la diferencia entre dos múltiplos consecutivos de 12? ¿Y de 27?

36 Un número b es múltiplo de a, y un número c, es múltiplo de b. ¿Se puede asegurar que c es múltiplo de a? Argumenta tu respuesta.

37 Utiliza la calculadora para averiguar el primer múltiplo de 23 mayor que 2 400. Describe tu procedimiento.

38 El número 2475 es múltiplo de 11. Obtén otro múltiplo de 11 cambiando el orden de las cifras. ¿Cuántas soluciones hay?

39 Marta ha vendido galletas de 4 soles. Al contar el dinero recaudado, comprueba que tiene 114. ¿Por qué sabe, sin hacer ninguna división, que le falta o le sobra dinero?

40 ¿Por cuántos números menores que 10 es divisible el número 7560?

Autoevaluación

1 ¿Cuánto suman los cuatro primeros múltiplos de 11 mayores que 1371?

2 Darío tiene 80 canicas. Si los cuenta de 6 en 6, ¿cuántas veces menciona un número que termina en 2?

3 De las afirmaciones:

I. Todo número múltiplo de 8 es múltiplo de 4.

II. Todo número múltiplo de 6 es múltiplo de 3.

III. Todo número par múltiplo de 9 es múltiplo de 6.

¿Cuáles son verdaderas? Justifica tu respuesta.

4 Un número a es múltiplo de b, y b es múltiplo de c. ¿Se puede asegurar que a es múltiplo de c? Argumenta tu respuesta.

5 El número $\overline{abc}$ es divisible por 9. ¿Cuántos de los siguientes números son, con toda seguridad, múltiplos de 9?

$\overline{cba}$; $\overline{cab9}$; $\overline{3abc6}$; $\overline{c1b8a}$; $\overline{b2a7c}$

Argumenta tu respuesta.

6 ¿Cuántas veces hay que sumarle 3 al número 274, para que sea múltiplo de 11?

4 Propiedades de los números

En esta unidad vamos a seguir conociendo más acerca de las propiedades de los números naturales. Sabremos cuándo un número es primo o compuesto y la importancia de la descomposición canónica.

Actuamos con autonomía respetando el derecho de los demás

El respeto a los demás es una actitud permanente, de palabra y de hechos, y una forma de vida; es considerar que la otra persona tiene los mismos sentimientos que uno.

Respetar es una actitud de ida y vuelta y para que se nos respete debemos empezar por el pilar fundamental, que es respetarnos a nosotros mismos. No se debe confundir el respeto con el miedo, tener respeto a un padre, a un educador o a un gobernante, es valorarlo porque tiene una línea de vida coherente y es un espejo en el que nos gusta vernos reflejados.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Distingue los números primos y compuestos por la cantidad de divisores y reconoce las propiedades de cada uno.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Comunica el proceso de la obtención de la tabla de los divisores de un número y la descomposición canónica
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Resuelve problemas de MCD y MCM, Aplica las estrategias de MCD y MCM en distintas situaciones problemáticas reales.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Explica las propiedades del MCD y MCM.

Divisores

Números primos

El abuelo Salomón tiene 3 nietos que lo visitan periódicamente: Alonso cada 4 días y Sandra cada 6 días, coincidiendo cada 12 días en la casa del abuelo.

Miguel ha elegido un periodo menor de 10 días, de modo que no pueda encontrarse con sus primos en la casa del abuelo.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. ¿Periodo de cuántos días eligió Miguel?

2. De todos modos, ¿cada cuántos días coincidirá Miguel con sus primos?

Un **número es primo o primo absoluto** si tiene exactamente dos divisores: la unidad y sí mismo. La unidad no es primo por tener un solo divisor, sí mismo. Los primeros números primos son:

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 61; ...

Los números con más de dos divisores se llaman **compuestos.**

Ejemplo 1

Escribe los divisores de los números, cuéntalos e identifica si son primos o compuestos:

N	Divisores	DN	N es
6			
5			
13			
18			

DN: Cantidad de divisores de N.

Números primos entre sí (PESI)

Los números PESI, o primos relativos, son los que comparten como único divisor común a la unidad. Por ejemplo, 4 y 9 son PESI, porque los divisores de 4 son 1; 2 y 4; los de 9 son 1; 3 y 9. El único número que aparece como divisor de ambos es 1.

Los números 10 y 14 no son PESI, porque aparte de 1 tienen a 2 como divisor común.

Ejemplo 2

En el recuadro, **escribe** SÍ si son PESI y No, en caso contrario.

10 y 15		16 y 21	
12 y 35		33 y 45	

Ten en cuenta

- La unidad es un divisor universal porque divide a todo número.
- El único primo par es el 2.
- Los únicos primos impares consecutivos son el 2 y el 3.
- Los números primos mayores que 5 son impares y terminan en la cifra 1; 3; ó 7.
- Una gran cantidad de números primos son de la forma: $6n + 1$

Si $n = 1$

$\rightarrow 6(1) + 1 = 6 + 1 = 7$

Si $n = 2$

$\rightarrow 6(2) + 1 = 12 + 1 = 13$

Si $n = 3$

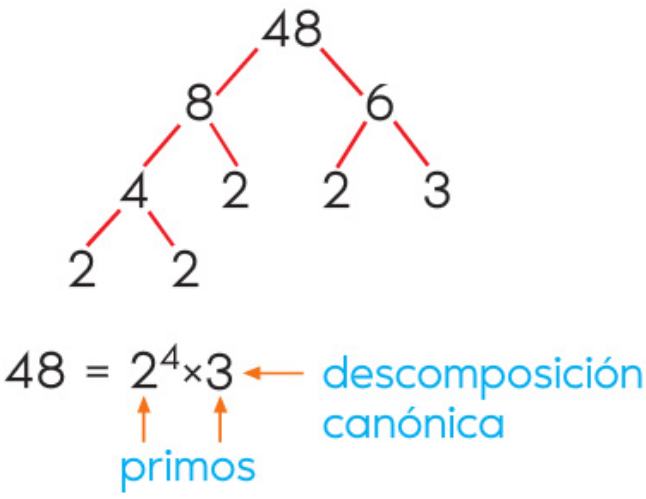
$\rightarrow 6(3) + 1 = 18 + 1 = 19$

Son primos

Descomposición canónica

Los números primos son la arquitectura de los números.

Todo número mayor que 1 se descompone como el producto de factores primos elevados a exponentes naturales. Esta descomposición es única y se llama **descomposición canónica.**



Veamos algunos ejemplos:

- 60 | 2
  30 | 2
  15 | 3
  5 | 5
  1 |

  $\Rightarrow 60 = 2^2 \times 3 \times 5$

- 100 | 2
  50 | 2
  25 | 5
  5 | 5
  1 |

  $\Rightarrow 100 = 2^2 \times 5^2$

- 150 | 2
  75 | 3
  25 | 5
  5 | 5
  1 |

  $\Rightarrow 150 = 2 \times 3 \times 5^2$

Ten en cuenta

Es descomposición canónica cuando las bases son primos.

$2^3 \times 3^2$ es descomposición canónica de 72.

En cambio $4^2 \times 3^2$ no es descomposición canónica porque 4 no es primo.

Ejemplo 3

Rellena la tabla con la descomposición canónica correspondiente.

N	Desc. canónica
60	
72	
80	

N	Desc. canónica
96	
120	
180	

Tabla de divisores

Los divisores se generan por la combinación de los divisores primos y sus potencias. Un modo práctico de encontrarlos es elaborando una tabla. Observa los ejemplos:

- $45 = 3^2 \times 5$

  Divisores de 45

  1 1
  3 5
  9

  ×5 → 1 3 9 → 5 15 45

- $72 = 2^3 \times 3^2$

  Divisores de 72

  1 1
  2 3
  4 9
  8

  ×3 → 1 2 4 8 → 3 6 12 24

  ×9 → 9 18 36 72

Ejemplo 4

¿Cuántos divisores de 200 son de dos cifras?

Ejemplo 5

¿Cuántos divisores de 144 terminan en cifra 2?

Cantidad de divisores (DN)

Observa estas dos tablas. La cantidad de divisores está dada por el producto de los consecutivos de los exponentes de los divisores primos de la descomposición canónica.

• $45 = 3^2 \times 5^1$

1	3	9
5	15	45

2 = 1 + 1

3 = 2 + 1

D45 = 3×2 = 6

• $72 = 2^3 \times 3^2$

1	2	4	8
3	6	12	24
9	18	36	72

3

4

D72 = 4×3 = 12

Por ejemplo, en $N = 2^4 \times 3^2 \times 5$ los exponentes son 4; 2 y 1, cuyos respectivos consecutivos son 5; 3 y 2. Por lo tanto, la cantidad de divisores de N es: DN = 5×3×2 = 30.

Ejemplo 6

Completa la tabla con la cantidad de divisores para cada número.

N	8	24	36	54	80	90	110	140	240	350	400
DN											

Nivel básico

1 Con relación a los números primos:

I. Son infinitos.

II. Todos son impares.

III. La suma de dos números primos siempre es par.

Son verdaderos:

2 De las proposiciones:

I. 12 y 15 son primos entre sí.

II. Dos números impares siempre son primos entre sí.

III. Dos números consecutivos siempre son primos entre sí.

Son verdaderas:

3 ¿Cuántos números primos hay entre 20 y 30?

4 ¿Cuánto hay que sumarle, como mínimo, a 12 para que sea un número primo?

5 ¿Cuáles son los dos números primos que suman 25?

Nivel intermedio

6 ¿Cuáles de los siguientes números están descompuestos canónicamente? **Descompón** canónicamente aquellos que no lo están:

A = $2^5 \times 3^2 \times 4^3$ B = $2^9 \times 5^2 \times 3^6 \times 2^4$

C = $2^5 \times 5^2 \times 3^7 \times 7^3$ D = $2^3 \times 3^2 \times 5^3$

7 ¿Cuántos elementos del conjunto:

A = {91; 101; 111; 121; 131} son primos absolutos?

8 ¿Cuántas de las siguientes parejas de números son PESI?

I. 25 y 9 II. 14 y 49

III. 13 y 27 IV. 100 y 99

9 **Calcula** la suma de todos los divisores de dos cifras que tiene 48.

10 ¿Cuál es el menor número de dos cifras múltiplo de 5 que al invertir el orden de sus cifras resulta primo?

Nivel avanzado

11 ¿Cuál es el menor número por el que hay que multiplicar a 30 para que tenga 16 divisores?

12 ¿Cuántos divisores de 300 terminan en cifra 6?

13 **Halla** los valores de x e y para que las parejas de números sean primos entre sí.

a) $\overline{4x}$; 75 b) $\overline{y5}$; 36

14 Si la suma de tres números primos absolutos diferentes es 58, ¿cuántas ternas de números cumplen la condición?

Tarea

1 **Suma** los números compuestos del conjunto:

M ={ 7;15; 21; 23; 27; 31; 33}

2 ¿Cuántos números primos existen entre 80 y 110?

3 ¿Cuántos divisores de dos cifras tiene 90?

4 Si la diferencia de dos números primos es 35, **halla** la suma de dichos números.

Divisibilidad y números primos

MCD Y MCM
Métodos de obtención

El alcalde de un distrito quiere levantar en la plaza un monumento al mejor profesor de matemática que enseñó en el colegio del lugar.

Como el monumento debe estar ubicado una plataforma cúbica para aludir a la especialidad del maestro, el alcalde contrató a Manuel para que construya la plataforma.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Para construir el cubo Manuel cuenta con ladrillos de 30 cm de largo, por 20 cm de ancho y 16 cm de altura. ¿Cuánto mediría la arista del menor cubo construido con estos ladrillos sin romperlos?

Divisores	Número	Múltiplos positivos
1 2 4	4	4 8 12 16 20 24 28 ...
1 2 3 6	6	6 12 18 24 30 36 ...

divisores comunes; mayor (MCD); menor (MCM); múltiplos comunes

MCD(4; 6) = 2

MCM(4; 6) = 12

Máximo común divisor (MCD)
El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes.

Mínimo común múltiplo (MCM)
El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes.

Completa las tablas:

Números	MCD	MCM
6; 8		
12; 8		
10; 15		

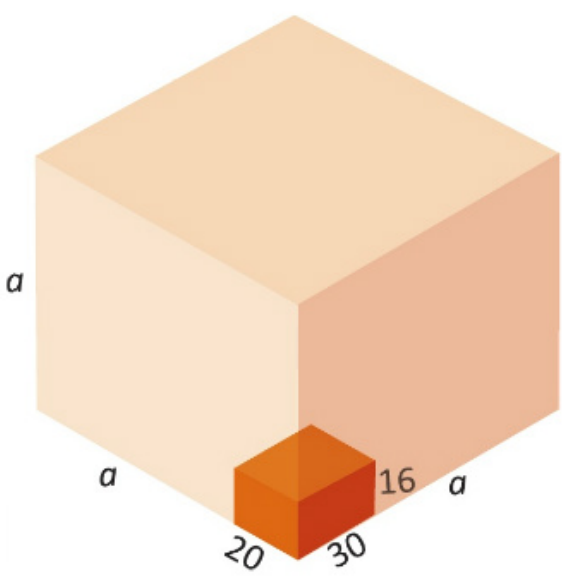
Números	MCD	MCM
6; 8; 12		
12; 20: 24		
20; 15; 30		

Resolviendo: (Problema introductorio)

La arista del cubo debe contener cada una de las dimensiones del ladrillo, o sea, debe ser múltiplo común de 20; 30 y 16, además, el ser menor posible.

Por lo tanto:

a = MCM(20; 30; 16) = 240 cm



Ten en cuenta

El MCD de dos números es igual al MCD del menor y la diferencia entre ambos.

Por ejemplo, para calcular el MCD de 60 y 36 hallamos la diferencia 60 – 36 = 24.

Ahora calculamos el MCD de 36 y 24.

Para calcular el MCD de 36 y 24 hallamos la diferencia 36 – 24 = 12.

Ahora calculamos el MCD de 24 y 12:

∴ MCD(24; 12) = 12

MCD(60; 36) = 12

Otra estrategia para el cálculo del MCD y el MCM es dividir los números entre un factor común, calcular el MCD o MCM de los cocientes y multiplicar por el factor común por el que se dividió.

Por ejemplo, para calcular el MCD y MCM de 40 y 60, dividimos a ambos entre 10:

MCD(4; 6) = 2

MCM(4; 6) = 12

∴ MCD(40; 60) = 20

MCM(40; 60) = 120

Métodos de cálculo del MCD y MCM

Cuando los números son pequeños, el MCD y el MCM los podemos calcular mentalmente, pero cuando son números grandes hay que utilizar una técnica de cálculo.

Hay varios métodos para obtener el MCM y MCD. Veamos a continuación:

A. Por descomposición simultánea

Hallemos el MCD y MCM de 12; 18 y 30:

	12	18	30	
	6	9	15	2
PESI	2	3	5	3
	1	3	5	2
	1	1	5	3
	1	1	1	5

MCD = 2×3 = 6

MCM = 2×3×2×3×5 = 180

Se van extrayendo los divisores comunes de los números hasta que resulten PESI.

El MCD es el producto de los divisores comunes extraídos.

Se continúa extrayendo los divisores no comunes hasta que resulten en 1.

El MCM es el producto de los divisores comunes y no comunes extraídos.

B. Por descomposición canónica

Hallemos el MCD y MCM de 120; 132 y 252.

Descomponemos canónicamente los números:

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

132	2
66	2
33	3
11	11
1	

$132 = 2^2 \times 3 \times 11$

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

El MCD es el producto de los factores primos comunes elevados a su menor exponente: ➡ MCD = $2^2 \times 3 = 12$

El MCM es el producto de los factores primos comunes y no comunes elevados a su mayor exponente. ➡ MCM = $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 = 27\,720$

Ten en cuenta

Términos para designar múltiplos y divisores

Para expresar que un número es divisor de otro se suele decir que está contenido.

Por ejemplo, 6 está contenido en 30, que equivale a decir que 6 es divisor de 30.

Del múltiplo se dice que contiene.

Por ejemplo, 30 contiene a 6; lo que quiere decir que 30 es múltiplo de 6.

Por lo tanto, usando estos términos, el MCD es el mayor número contenido y el MCM, el menor número que contiene.

El mayor número contenido en 12 y 18 es 6, esto es, MCD(12; 18) = 6.

El menor número que contiene a 20 y 30 es 60; que es equivalente a MCM(20; 30) = 60.

Nivel básico

1 En cada recuadro, **escribe** los signos >, < o =, según corresponda.

a) MCD(24; 30) ☐ MCD(4; 6)

b) MCD(36; 48) ☐ MCD(6; 12)

c) MCM(45; 42) ☐ MCM(21; 30)

2 De las siguientes proposiciones, identifica las verdaderas

I. El MCM de dos números diferentes siempre es mayor que el MCD.

II. El MCM de dos números siempre es múltiplo del MCD de los mismos.

III. Los divisores comunes de dos números son los divisores de su MCD.

3 Max visita a su tía cada 6 días y a su abuela cada 8 días. Si hoy visitó a las dos, ¿dentro de cuántos días las volverá a visitar el mismo día?

4 Con un galón de "*n*" litros, se quiere llenar dos cilindros de 80 litros y 104 litros de capacidad. ¿Cuál es el máximo valor de *n*?

5 De un cartón rectangular de 120 cm de largo por 84 cm de ancho, se quiere cortar cuadrados lo más grandes posible. ¿Cuántos cuadrados se podrán conseguir?

Nivel intermedio

6 En un salón, al agrupar los alumnos de 6 en 6, de 8 en 8 o de 12 en 12, no sobra ninguno. ¿Cuántos alumnos hay, si son menos de 40?

7 Se han colocado postes igualmente espaciados en el contorno de un campo triangular cuyos lados miden 210; 270 y 300 m. Sabiendo que hay un poste en cada vértice y que la distancia entre poste y poste es lo mayor posible, ¿cuántos postes se colocaron?

8 Jhoan visita a sus amigas Ana, Betty y Carla cada 6; 8 y 10 días, respectivamente. Si hoy, 1 de marzo, las visita a las tres, ¿cuál será la próxima fecha en la que visitará a las 3 el mismo día?

Genio Matic

9 En una vereda, las líneas están separadas cada 90 cm. Un niño empieza a caminar pisando una línea y en cada paso avanza 60 cm. Después de dar 200 pasos, ¿cuántas veces pisó una línea?

11 Un albañil forma un cubo compacto utilizando ladrillos idénticos cuyas dimensiones son 40; 15 y 12 cm.
¿Cuántos ladrillos necesita si el cubo es el más pequeño posible?

Nivel avanzado

10 Se quiere embaldosar con losetas cuadradas una superficie rectangular de 240 cm de ancho y 330 cm de largo .
¿Cuántas losetas como mínimo se utilizarán?

12 Los vuelos para Brasil, Uruguay y Argentina salen cada 3; 4 y 10 horas, respectivamente. Si hoy lunes, siendo las 00 horas, salen los tres vuelos, ¿cuántas veces durante una semana coincidirán los vuelos para los tres países?

Tarea

1 Se trata de formar un cubo con ladrillos cuyas dimensiones son 20 cm, 15 cm y 12 cm. ¿Cuántos ladrillos sobrarán si se tiene un millar?

2 Se tienen tres cajas de galletas a granel y se desea empaquetarlas en bolsas de plástico de manera que no sobren galletas en ninguna de las cajas. Si éstas tienen 72; 108 y 132 galletas, ¿cuántas bolsas como mínimo se utilizaran?

3 El perímetro de un polígono es 84 cm y de otro polígono con menor número de lados es 60 cm. Si el lado de ambos polígonos mide lo mismo y es el mayor posible, ¿cuál es la longitud de cada lado?

4 Dos terrenos rectangulares, uno de 28 m × 70 m y otro de 42 m × 105 m, se desea dividirlos en parcelas cuadradas iguales. ¿Cuántas paredes como mínimo se requiere?

MCD Y MCM - Propiedades

Métodos de obtención del MCD y MCM

Por su cumpleaños, a Mariela le regalaron un celular. Apenas prendió el aparato le llegaron notificaciones de Facebook y Google.

En adelante, las notificaciones de Facebook le llegan cada 4 horas y las de Google cada 5 horas.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cada cuántas horas le llegan ambas notificaciones a la vez?

Cuando los números son PESI

Cuando dos números son PESI, el único divisor común que tienen es el 1. Entonces, el MCD de dos números PESI es la unidad y el MCM, el producto.

- 8 y 15 son PESI:
  MCD(8; 15) = 1
  MCM(8; 15) = 8×15 = 120

Cuando un número es múltiplo del otro

Si de dos números, uno de ellos es múltiplo del otro, el MCD es el menor y el MCM, el mayor.

- 24 es múltiplo de 12:
  MCD(24; 12) = 12
  MCM(24; 12) = 24

Producto de dos números

El producto de dos números es igual al producto de su MCD y MCM.

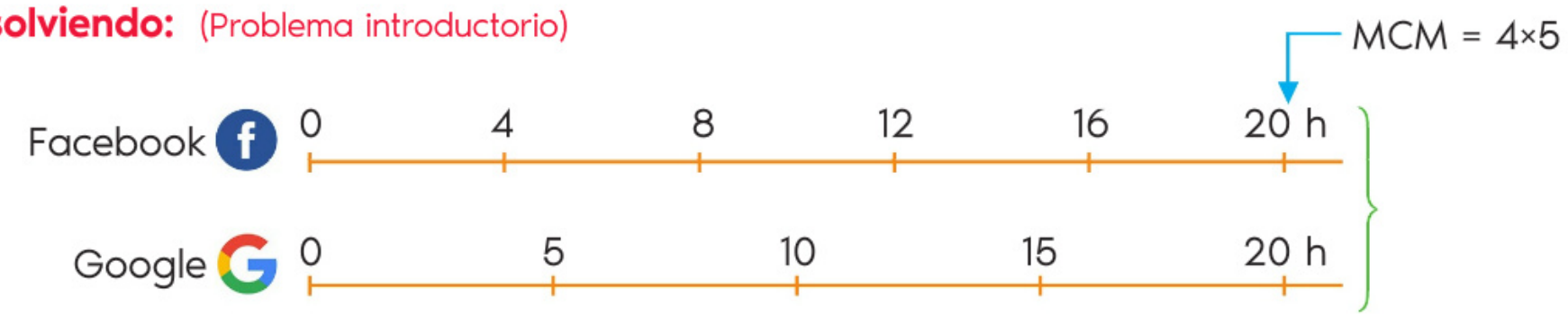
- Dados los números 20 y 30: } 20×30 = 600
- MCD(20; 30) = 10
  MCM(20; 30) = 60 } 10×60 = 600

Alteración del MCD y MCM

Si a dos números se les multiplica por algún factor natural, su MCD y su MCM también quedan multiplicados por el mismo factor.

- MCD(12; 18) = 6
  MCM(12; 18) = 36
- MCD(24; 36) = 12
  MCM(24; 36) = 72 } Fueron multiplicados por 2.

Resolviendo: (Problema introductorio)



∴ Coinciden cada 20 horas.

Nivel básico

1 En cada recuadro, **escribe** los signos >, < o =, según corresponda.

a) MCD(15; 5) ☐ MCD(20; 10)

b) MCD(100; 50) ☐ MCD(25; 2)

c) MCM(11; 12) ☐ MCM(33; 4)

2 De las siguientes proposiciones, **identifica** las verdaderas

I. Si dos números se duplican entonces el MCD y MCM se duplican.

II. Si el MCM de dos números se divide entre cada uno de los números, los cocientes resultan PESI.

III. Si el MCD de dos números se divide entre cada uno de ellos, los cocientes resultan PESI.

3 El MCM de dos números es 15. Si cada uno de ellos se multiplica por 3, entonces el MCM resulta: (justifica)

4 Si el MCD de dos números es 14, ¿cuál de los siguientes no podría ser uno de los números?

A) 21 B) 28 C) 42

5 En los siguientes casos, el MCD de dos números resulta 1:

I. Si uno es par y el otro impar

II. Si ambos son primos absolutos.

III. Si son consecutivos

A) Solo I B) II y III C) I, II y II

Nivel intermedio

6 Adrián y Celso comen en la misma pollería, aunque Adrián lo hace cada 20 días y Celso cada 30. Un día se encontraron cenando. ¿Cada cuántos días vuelven a encontrarse?

7 En un vecindario, un heladero pasa cada 3 horas y un reciclador pasa cada 4 horas. Hace 2 horas pasaron ambos. ¿Dentro de cuántas horas volverán a pasar juntos?

8 Sandro tiene 24 dulces de chocolate y Perico tiene 18 dulces de fresa. Desean regalar los dulces a sus amigos de modo que cada amigo reciba la misma cantidad de dulces de cada clase. ¿A cuántos amigos alcanzan los dulces como máximo? ¿Cuántos dulces recibiría en total cada amigo?

9 Kevin tiene una cuerda de 100 metros y otra de 120 metros. Desea cortarlas de modo que todos los trozos sean iguales pero lo más largos posible. ¿Cuántos trozos de cuerda obtendrá?

10 En una banda compuesta por un baterista, un guitarrista, un bajista y un saxofonista, el baterista toca en lapsos de 4 tiempos, el guitarrista en 12 tiempos, el bajista en 6 tiempos y el saxofonista en 9 tiempos. Si todos empiezan al mismo tiempo, ¿en cuántos tiempos más sus periodos volverán a iniciar simultáneamente?

Nivel avanzado

11 Una agencia de turismo ofrece dos clases de viajes al Cusco, uno que sale cada 15 días y otro que lo hace cada 20 días. Si partieron ambos hace 10 días, ¿cuántos días faltan para que vuelvan a partir ambos el mismo día?

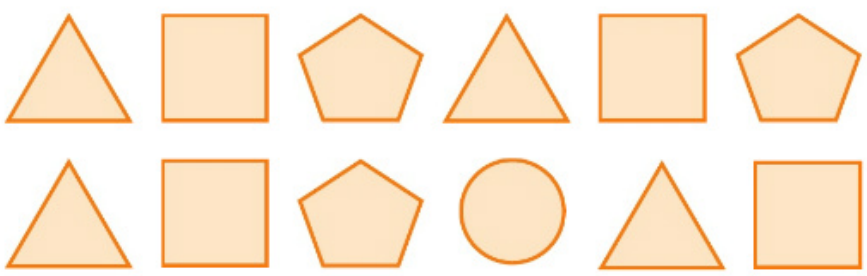
12 En un colegio, el timbre de primaria toca cada 40 minutos y el de secundaria, cada 50 minutos. Ambos suenan a las 8 de la mañana y volverán a coincidir a la hora del recreo. ¿A qué hora es el recreo?

13 Iván va a construir un prisma rectangular de dimensiones 60 × 12 × 18 cm, con cubos iguales y con volumen máximo. ¿Cuántos cubos y de qué dimensiones tiene que comprar Iván?

14 Manuel quiere embaldosar una pared que tiene 200 cm de largo y 180 cm de alto. Desea cubrir toda la pared con una cantidad exacta de baldosas cuadradas. Si cada baldosa debe ser lo más grande posible, ¿cuántas necesitará?

15 Un papel rectangular de 36 cm por 24 cm se recorta en cuadraditos de máximo tamaño. ¿Cuántos cuadraditos se obtiene?

16 Estas dos secuencias tienen 200 figuras cada una.



¿Cuántas veces aparece el círculo debajo del triángulo?

Tarea

1 Tomás tiene dos cubetas de 12 y 15 litros. Él tiene un reservorio de agua que lo puede llenar completamente con cualquiera de las cubetas. ¿Qué capacidad mínima tiene el reservorio?

2 En una calle se están instalando dos semáforos: uno de ellos se pondrá en verde cada 3 minutos y el otro, cada 4 minutos. Una vez conectados los semáforos, ¿cuánto tiempo tardarán en ponerse en verde al mismo tiempo por primera vez?

3 ¿Cuánto tendría que medir el lado de la menor superficie cuadrada que se puede cubrir con losetas de 30 cm de largo por 25 cm de ancho?

4 Carlos dispone de dos listones de madera de longitudes 150 y 175 centímetros. Si tiene que cortarlos en trozos iguales de forma que obtenga el mínimo número posible de trozos, ¿cuántos trozos y de qué longitud debe cortar?

Reforzando - Unidad 4

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuál de los números es PESI con 24?

A) 15 B) 18 C) 25 D) 22

2 ¿Cuál de los números no es PESI con 36?

A) 25 B) 34 C) 35 D) 55

3 Erasmo pregunta a su padre: ¿Cuántos años tienes?, y el padre contesta: "él número de mis años es múltiplo de 7 y también de 5; por otra parte, no llego a 45". ¿Cuántos años tiene el padre de Erasmo?

A) 25 B) 34 C) 35 D) 42

4 ¿Cuál es la menor distancia que se puede medir exactamente con reglas de 18 cm, de 30 cm y de 25 cm de largo?

A) 400 cm B) 900 cm
C) 360 cm D) 450 cm

5 Tres aviones salen de Trujillo, el primero cada 6 días, se segundo cada 5 días y el tercero cada 10 días, Si hoy salen los tres juntos, ¿dentro de cuántos días volverán a salir juntos?

A) 30 días B) 34 días
C) 60 días D) 15 días

6 Un autobús A sale cada 6 minutos, el B cada 8 minutos y el C cada 10 minutos. Si los tres coinciden en la parada a las 7:00, ¿cuándo volverán a coincidir?

A) En 1 h B) En 2 h
C) En 3 h D) En media hora

7 Tres llaves de un estanque vierten 15; 24 y 30 litros por minuto. Si cualquiera de las llaves puede llenarlo en un número exacto de minutos, ¿qué volumen tiene el estanque, como mínimo?

A) 240 litros B) 140 litros
C) 120 litros D) 150 litros

8 En una carretera hay mojones que señalan los hectómetros y los postes de red eléctrica cada 40 metros. Si en un punto coinciden un mojón y un poste, ¿a qué distancia coinciden de nuevo?

A) 200 m B) 180 m
C) 300 m D) 150 m

9 Halla la capacidad de un tonel sabiendo que es la menor posible y que se puede llenar exactamente con botellas de 8 L, 12 L, 15 L y 10 L.

A) 150 L B) 200 L
C) 120 L D) 240 L

10 Una habitación tiene 260 cm de largo por 360 cm de largo. Queremos cubrir el piso con baldosas cuadradas. ¿Cuánto tiene que medir el lado de estas baldosas? ¿Cuántas baldosas harán falta?

A) 25 cm; 234 B) 24 cm; 236
C) 24 cm; 240 D) 20 cm; 234

11 Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6.30 de la tarde coinciden los tres. Averigua las veces que volverán a coincidir en los cinco minutos siguientes.

A) 7 veces B) 6 veces
C) 8 veces D) 5 veces

12 Un comerciante desea poner en cajas 840 manzanas y 792 naranjas, de modo que cada caja contenga el mismo número de manzanas o de naranjas y, además, el mayor número posible. Hallar el número de naranjas de cada caja y el número de cajas necesarias.

A) 24 naranjas; 68 cajas
B) 24 naranjas; 56 cajas
C) 36 naranjas; 35 cajas
D) 36 naranjas; 65 cajas

13 Tres caballos de carrera arrancan juntos en una pista circular. El primero tarda 10 segundos, el segundo tarda 11 y el tercero tarda 12 segundos en dar una vuelta a la pista. ¿Al cabo de cuántos segundos pasarán juntos por la línea de partida?

A) 9 minutos B) 10 minutos
C) 11 minutos D) 12 minutos

14 Javier debe distribuir el arroz en bolsas iguales.

¿Cuál será la mayor cantidad de arroz que pondrá en cada bolsa?

A) 20 kg B) 15 kg C) 12 kg D) 10 kg

15 En dos calles de 144 m y 168 m se quiere plantar árboles que estén igualmente espaciados. ¿Cuál es la mayor distancia posible que tendría que haber entre cada árbol?

A) 30 m B) 24 m C) 20 m D) 25 m

16 En un pueblo, la campana de la municipalidad toca cada media hora y la de la iglesia cada 3/4 de hora. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán las dos campanas? ¿Cuántas veces coinciden al día?

A) Cada hora y media, 17 veces
B) Cada hora y media, 15 veces
C) Cada hora, 16 veces
D) Cada hora y media, 12 veces

17 Para decorar una fiesta, tenemos una cinta azul de 45 cm, una verde de 75 cm y otra blanca de 60 cm. Necesitamos cortar estas cintas en trozos iguales de la mayor longitud posible. ¿Cuánto tendrán que medir estos trozos?

A) 12 cm B) 10 cm
C) 5 cm D) 15 cm

18 Un viajante va a Huánuco cada 18 días, otro va a la misma ciudad cada 15 días y un tercero cada 8 días. Hoy día 10 de enero han coincidido en Huánuco los tres viajantes. ¿Dentro de cuántos días como mínimo volverán a coincidir en Huánuco?

A) 360 días B) 120 días
C) 150 días D) 160 días

19 En una fábrica de alimentos lácteos se desea envasar 360 litros de leche desnatada, 300 litros de leche semidesnatada y 450 litros de leche entera en envases iguales de la mayor capacidad posible. ¿Qué capacidad deben tener estos envases?

A) 30 litros B) 24 litros
C) 20 litros D) 45 litros

20 En una empresa, se producen jabones en forma de paralelepípedo cuyas dimensiones son 3 cm×6 cm×10 cm. Si estos jabones se van a distribuir en cajas cúbicas lo más pequeñas posible, ¿cuántos jabones se podrán colocar en cada caja?

A) 180 B) 120 C) 150 D) 160

21 En un concurso de matemáticas, a Gerardo le pidieron que calcule el MCM de dos números y obtuvo 24, pero al no encontrar la respuesta en las alternativas se dio cuenta de que por equivocación había calculado el MCD. Si las alternativas son las que se muestran, ¿cuál es la respuesta correcta?

A) 400 B) 360
C) 108 D) 320

22 En el Aeropuerto Internacional Jorge Chávez, los aviones de la empresa Chasky llegan cada 8 horas y los de la empresa Misky, cada 7 horas. Si el lunes 8 de octubre a las 8 a.m. llegaron al mismo tiempo los aviones de ambas empresas, ¿cuál será la fecha y hora más próxima en la que vuelvan a coincidir?

23 Tres amigos turistas parten regularmente de la misma ciudad cada 7; 14 y 18 días. La última vez que salieron juntos fue el 12 de enero de 2018, con el compromiso de reencontrarse los tres en una próxima vez. ¿En qué fecha se produce el reencuentro?

24 Calcula, por el algoritmo de Euclides, el MCD de los números:

1) 84; 63
2) 132
3) 54; 81 y 63
4) 16; 64 y 72
5) 300; 240 y 360
6) 35; 70 y 84
7) 50; 75 y 100
8) 25; 40; 15 y 80
9) 16; 30; 64 y 72
10) 720; 400; 800

25 Calcula por descomposición simultánea y descomposición canónica, el MCD y MCM de los siguientes números.

1) 60 y 90
2) 132 y 88
3) 91 y 104
4) 345; 299
5) 136 y 119
6) 437 y 399

26 Completa la tabla:

Números	8 y 12	10 y 15	18 y 24	15 y 16
MCD				
MCM				

27 Carmen tiene cubos azules de 55 mm de arista y cubos rojos de 45 mm de arista. Apilando los cubos en dos columnas, una de cubos azules y otra de cubos rojos, ella quiere conseguir que las dos columnas resulten iguales. ¿Cuántos cubos, como mínimo, necesita de cada color?

28 Jonás tiene que poner un zócalo de madera a dos paredes de 12 m y 9 m de longitud. Para ello ha averiguado la longitud del mayor listón de madera que cabe un número exacto de veces en cada pared. ¿Cuál es la longitud de este listón?

29 Se tienen dos depósitos A y B con 216 litros y 360 litros de vino, respectivamente. Se quiere trasvasar dicho vino a pequeños recipientes iguales, de forma que el número de ellos sea el menor posible y que no mezclen el contenido de los depósitos. ¿Qué cantidad tendrá cada recipiente? ¿Cuántos recipientes se emplearán para cada depósito?

30 Un ebanista quiere cortar una plancha de madera de 324 cm de largo y 270 cm de ancho, en cuadrados lo más grandes posible.

a) ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado?
b) ¿Cuántos cuadrados se obtienen?

31 Tomás tiene botones en cajas y bolsitas. En la caja A tiene bolsitas de 24 botones cada una y no sobra ningún botón. En la caja B tiene bolsitas de 20 botones cada una y tampoco sobra ningún botón. El número de botones que hay en la caja A es igual al que hay en la caja B. ¿Cuántos botones como mínimo hay en cada caja?

32 Un campo rectangular de 360 m de largo y 150 m de ancho está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible. ¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela?

Autoevaluación

1 Me ofrecieron un terreno rectangular de 140 metros cuadrados de área. Me dijeron que sus dimensiones contienen un número entero de metros aunque no me dijeron cuánto miden. Así que empecé a calcular todas las posibles dimensiones del terreno. ¿Cuántas posibilidades hay?

2 Susana quiere poner 18 fotos en su álbum. En cada página quiere poner el mismo número de fotos y sin que le sobre ninguno. ¿De cuántas formas diferentes puede colocar las fotos?

3 Se tienen 3 cajas de galletas a granel que contienen 270; 390 y 450 unidades y se desea empaquetarlas en bolsas de plástico de manera que no sobre ninguna galleta. ¿Cuántas bolsas como mínimo se necesitan?

4 Un ciego tiene que llenar un reservorio de 20 litros de agua sin derramar el líquido. ¿Qué jarra le convendría usar?

A) Una jarra de 3 litros.
B) Una jarra de 4 litros.
C) Una jarra de 7 litros.
D) Una jarra de 8 litros.

Argumenta tu respuesta.

5 César tiene tres envases con refrescos: uno con 21 litros de jugo de naranja, otro con 24 litros de jugo de maracuyá y otro con 30 litros de jugo de toronja. Necesita envasar estos jugos en botellas iguales de la mayor capacidad posible. ¿Qué capacidad tendrá cada botella si en los envases no debe quedar refresco?

6 Un número está formado únicamente por los factores primos 3 y 5. Si se triplica, gana 3 divisores, pero si se le divide entre 5, pierde 4 divisores. ¿Cuál es el número?

5 Números racionales

Cuando las mediciones no resultan números enteros, entonces necesitamos otro conjunto que nos permita cuantificar, y ese conjunto de números se llama el conjunto de los números racionales.

Enfoque de Derechos

Tenemos derecho a elegir y ser elegidos en democracia

Todo ciudadano tiene derecho a participar en la conformación, ejercicio y control del poder político. La Constitución política consagra el derecho a elegir y ser elegido, que es parte de la dinámica de la democracia participativa.

Tanto como electores o como elegidos, debemos asumir el papel con mucha responsabilidad, porque los efectos no solamente son para uno, sino para muchas personas, como nuestros familiares, vecinos y amigos.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce una o más acciones a expresiones aditivas y multiplicativas con fracciones y números decimales; al plantear y resolver problemas.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa su comprensión de las operaciones de adición de fracciones homogéneas y heterogéneas y operaciones de multiplicación y división de fracciones.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa estrategias de las fracciones equivalentes y complementarias en la resolución de problemas así como conversión de decimales en fracciones.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Interpreta y explica el número decimal como resultados de la división de los términos de una fracción

Fracciones

4 operaciones y MCM

Los padres de los hermanos Joaquín y Horacio les dieron 600 soles a cada uno para los gastos de viaje de la promoción. Al retorno del viaje sacaron sus cuentas y resulta que Joaquín había gastado los 4/5 del dinero asignado mientras que Horacio, los 5/6 del suyo.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿A cuál de ellos le quedó más dinero y cuánto más?

Número racional

Es todo número que puede ser representado como la división de dos números naturales. Así el número 3 es racional porque se puede expresar como 6/2 como 9/3, etc.

Número fraccionario

Es un número racional donde el dividendo, llamado **numerador,** no es múltiplo del divisor, llamado **denominador**. Así, 5/3 es fraccionario pero 6/3 no lo es.

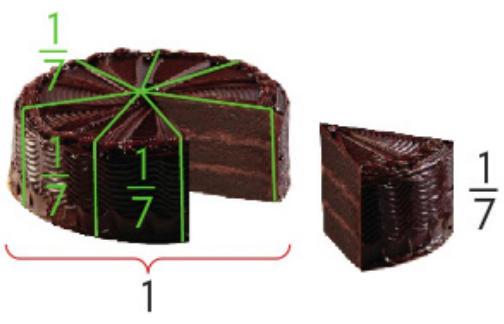
Fracción: $f = \frac{a}{b}$ (a y b son números naturales distintos de 0, donde a no es múltiplo de b.)

numerador

denominador

Son fracciones: $\frac{2}{3}; \frac{12}{8}; \frac{15}{9}; \frac{1}{6}$ No son fracciones: $\frac{8}{2}; \frac{10}{5}; \frac{12}{0}; \frac{0}{5}$

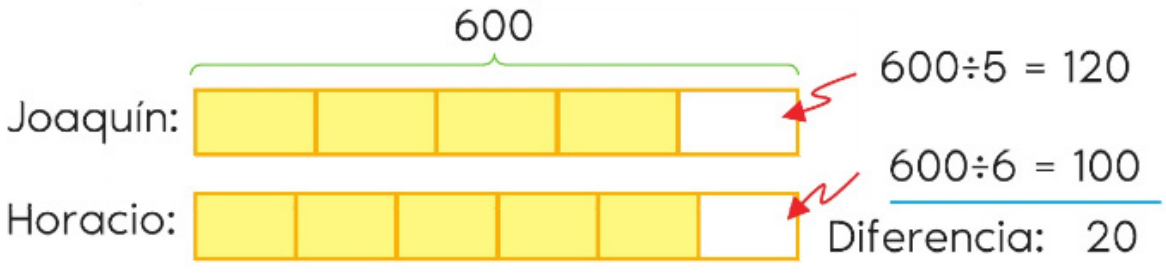
Interpretación práctica de una fracción



Vamos a suponer que 1 torta se divide en 7 partes iguales, por lo que cada parte es 1/7. Si se consumen 3 partes, ésta se expresa como 3/7.

Entre otras, una fracción se interpreta como la cantidad de partes que se toma de la unidad dividida en partes iguales.

Resolviendo: (Problema introductorio)



∴ A Horacio le quedó 20 soles más que a Joaquín.

Ten en cuenta

CLASIFICACIÓN DE FRACCIONES

Las fracciones se clasifican de acuerdo a varios criterios:

1. Por la comparación de sus términos.

Propia: numerador < denominador

Impropia: numerador > denominador

La fracción impropia da origen a la fracción mixta.

2. Por el denominador común de sus términos.

Reductible: Numerador y denominador tienen un factor común aparte de la unidad.

Irreductible: Numerador y denominador son PESI.

3. Por la naturaleza del denominador.

Decimal: Si el denominador es una potencia de 10: 10; 100; 1000; ...

Fracción común u ordinaria: Si el denominador es diferente a una potencia de 10.

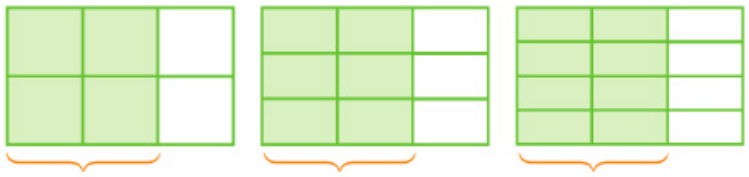
4. Por los denominadores de las fracciones.

Homogéneas: Si tienen denominadores iguales

Heterogéneas: Si tienen denominadores diferentes.

Fracciones equivalentes

Observa las siguientes figuras:



$\frac{4}{6}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{8}{12}$

Dos fracciones son equivalentes si representan el mismo número.

Se escriben así: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$

Expansión y simplificación y de fracciones

Una fracción se expande multiplicando ambos términos por un mismo factor.

$$\frac{2}{3} \overset{\times 2}{=} \frac{4}{6} \overset{\times 3}{=} \frac{6}{9} \overset{\times 4}{=} \frac{8}{12} = \ldots$$

Una fracción se simplifica dividiendo ambos términos entre un mismo número:

$$\frac{24}{36} \overset{\div 2}{=} \frac{12}{18} \overset{\div 2}{=} \frac{6}{9} \overset{\div 3}{=} \frac{2}{3} = \ldots$$

Homogenización de fracciones

Ejemplo 1

Carlos, Andrés y Lorenzo acordaron escalar el nevado más hermoso del mundo, el Alpamayo. Carlos escaló hasta los 3/5 de altura, Andrés hasta los 3/4 y Lorenzo, hasta los 7/10. ¿Quién escaló más alto?

Resolviendo:

- Para ordenar las fracciones es conveniente que todas tengan el mismo denominador: $\frac{3}{5} ; \frac{3}{4} ; \frac{7}{10}$

- El denominador común debe contener a los denominadores. Por lo tanto el MCM: $MCM(5; 4; 10) = 20$

Para que 5 sea 20 hay que multiplicar por $20 \div 5 = 4$.

$$\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

Para que 4 sea 20 hay que multiplicar por $20 \div 4 = 5$.

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

Para que 10 sea 20 hay que multiplicar por $20 \div 10 = 2$.

$$\frac{7 \times 2}{10 \times 2} = \frac{14}{20}$$

$$\frac{12}{20} < \frac{14}{20} < \frac{15}{20} \Rightarrow \frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

1° Andrés
2° Lorenzo
3° Carlos

Forma práctica de homogenizar:

5	4	10	2
5	2	5	2
5	1	5	5
1	1	1	MCM = 20

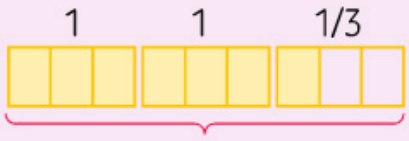
$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ (×4) $\quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ (×5) $\quad \frac{7}{10} = \frac{14}{20}$ (×2)

Ten en cuenta

Números Mixtos

Toda fracción impropia genera una fracción mixta.

Un número mixto está formado por una parte entera y otra fraccionaria.



$$2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Donde:

$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ y $7 \mid 3$ / $1 \mid 2$ $\Rightarrow \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

Comparación de fracciones

¿Cuál de las fracciones es mayor: $\frac{4}{5}$ o $\frac{5}{6}$?

Vamos a suponer que son iguales: $\frac{4}{5} = \frac{5}{6}$

Si fueran iguales se cumple:

$\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \Rightarrow 4 \times 6 = 5 \times 5$

$24 = 25$

Pero $24 < 25 \Rightarrow \frac{4}{5} < \frac{5}{6}$

En forma práctica:

$24 < 25$

$\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{4}{5} < \frac{5}{6}$

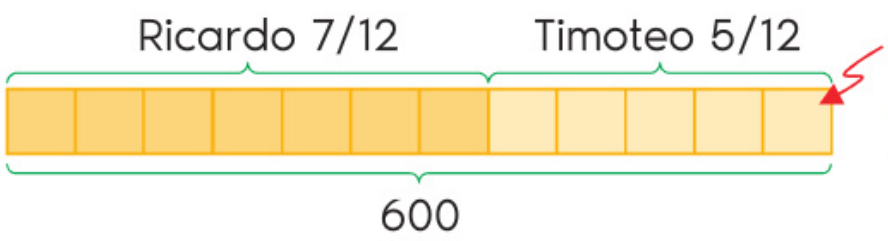
Para comparar varias fracciones se homogenizan. Es mayor la que tiene mayor numerador.

Fracción de una cantidad

Ejemplo 2

Ricardo y Timoteo invirtieron 600 mil soles entre los dos en un negocio. Si Ricardo puso los 7/12 del capital, ¿cuánto puso Timoteo?

Resolviendo:



600÷12 = 50

Timoteo puso:

5×50 = 250 mil soles

Un modo práctico de calcular la fracción de una cantidad es:

$$\frac{5}{12} \text{ de } 600 = \frac{5}{\cancel{12}_{1}} \times \cancel{600}^{50} = 250$$

Ten en cuenta

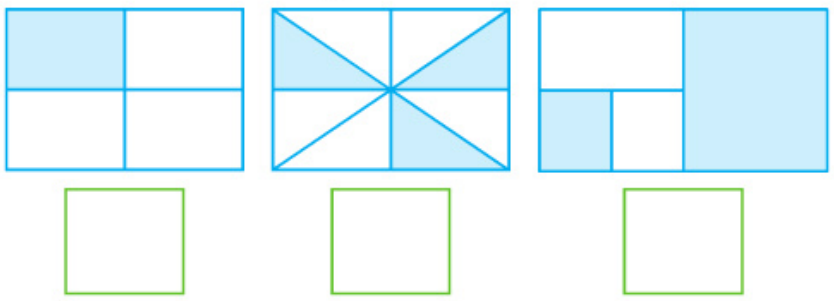
Forma general de la fracción equivalente

Toda fracción equivalente a la fracción irreductible $\frac{a}{b}$ es de la forma $\frac{ak}{bk}$.

$$\frac{a}{b} = \frac{ak}{bk};\ k \in \mathbb{N} \text{ y } k \neq 0$$

Nivel básico

1 **Expresa** mediante una fracción la parte coloreada de la figura:



2 Si gasto los 3/5 de mi dinero, ¿qué parte me queda?

3 Marcela teje una chompa en 12 horas. ¿Qué parte teje en 5 horas?

4 Ricardo debe cavar una zanja en 8 horas. ¿Qué parte de la zanja cava en 3 horas?

5 Teresa ya hizo los 4/7 de su tarea, mientras que Iván ha avanzado los 5/8 de la suya. Si los dos están haciendo la misma tarea, ¿a quién le falta más?

Nivel intermedio

6 A las 4 de la tarde, ¿qué parte del día falta transcurrir?

7 En un juego perdí los 4/9 de lo que tenía. ¿Qué parte de lo que tenía me queda?

8 Una botella de gaseosa de 600 mililitros contiene 400 mililitros. ¿Qué parte de la gaseosa ha sido consumida?

9 Estoy comprando a plazos un auto que cuesta 8000 soles. Si ya pagué 6400, ¿qué parte del precio me falta pagar?

10 **Ordena** en forma ascendente las fracciones: $\frac{12}{15}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{20}{28}$; $\frac{16}{30}$

Nivel avanzado

11 Micaela ha tejido en 2 horas la quinta parte de una chompa. ¿Cuántas horas le falta para para terminar?

12 César y Jorge construyen cada uno una mesa. César dice que ya hizo los 3/5 y Jorge dice que va a terminar una hora antes que César. Si a César le faltan 4 horas, ¿qué parte de la mesa tiene avanzado Jorge?

13 César vendió una pelota en 77 soles, ganando los 3/8 del costo. ¿Cuánto le costó?

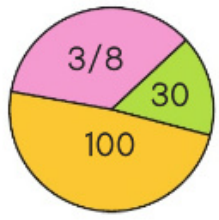
Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Tarea

1 **Representa** gráficamente las siguientes fracciones: a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{2}{9}$

2 Habiendo hecho los 3/5 de una tarea, a José le faltan 6 horas para culminarla. ¿Cuántas horas lleva trabajando?

3 ¿Qué parte del círculo representan los sectores verde y naranja?



4 Cuando se suma 3 a los dos términos de la fracción 2/5; entonces la fracción:

A) Aumenta B) disminuye B) No cambia

Operaciones con fracciones

4 operaciones y MCM

El tanque de gasolina del auto de Job tiene una capacidad de 12 galones.

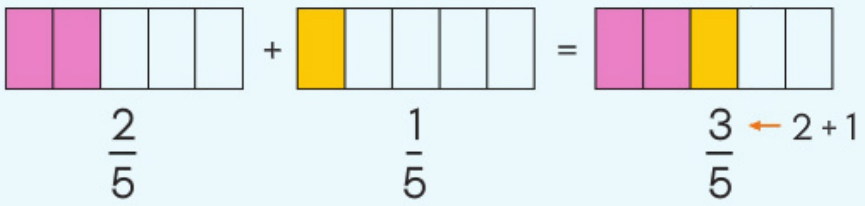
Cuando viaja de Lima a Lomas con el tanque lleno, hasta Chincha gasta los 5/12 del tanque, de Chincha a Palpa, 2/5 y el resto le alcanza con las justas para llegar a Lomas.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

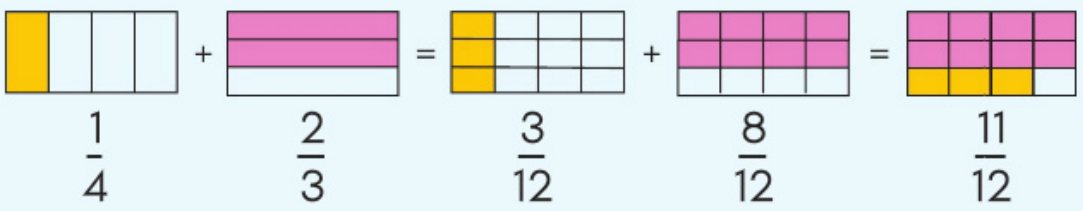
¿Si de Palpa a Lomas hay 88 km, ¿cuál es el rendimiento del auto en kilómetros por galón? _____

Adición de fracciones homogéneas



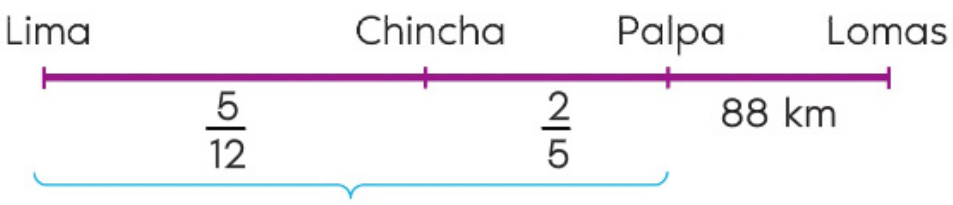
Para sumar o restar **fracciones homogéneas** se suman los numeradores y se mantiene el denominador.

Adición de fracciones heterogéneas



Para ser sumados, las partes deben tener el mismo tamaño. Por ello, para sumar o restar **fracciones heterogéneas**, hay que homogenizarlas previamente.

Resolviendo: (Problema introductorio)

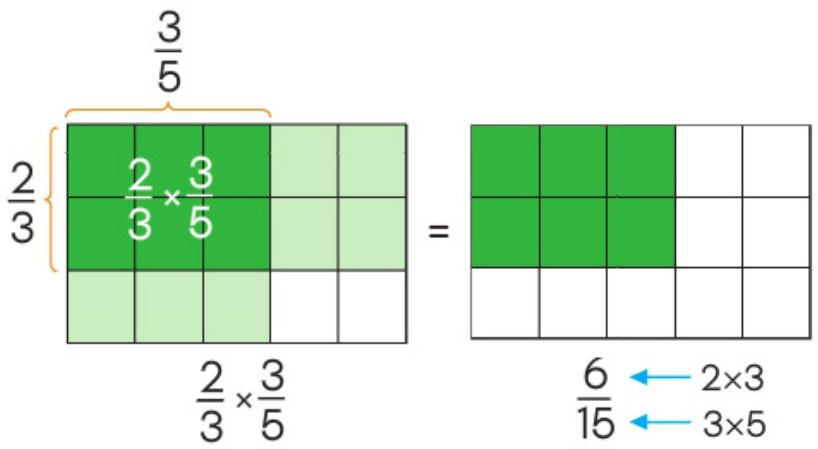


$$\frac{5}{12} + \frac{2}{5} = \frac{\overset{25}{\overbrace{5\times5}} + \overset{24}{\overbrace{12\times2}}}{60} = \frac{49}{60}$$

- Palpa – Lomas: $1 - \frac{49}{60} = \frac{60-49}{60} = \frac{11}{60}$
- 11/60 del trayecto es 88 km
  $\Rightarrow$ 1/60 del trayecto es 88÷11 = 8 km
  $\Rightarrow$ Todo el trayecto 60×8 = 480 km
- 12 galones alcanza para 480 km
  $\Rightarrow$ Cada galón alcanza para 480÷12 = 40 km

$\therefore$ El rendimiento es 40 km por galón.

Multiplicación de fracciones



Para multiplicar fracciones no interesa si son homogéneas o heterogéneas, se multiplican los numeradores y denominadores.

Ten en cuenta

Casos particulares de multiplicación

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}$
- $a \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{d}$
- $\frac{c}{d} \times a = \frac{c\times a}{d}$

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

División de fracciones

La división de 2 entre 3 es $\frac{2}{3} = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)$ ← Inversa de 3.

Dividir 2 entre 3 equivale a multiplicar 2 por la inversa de 3.

$\therefore$ Dividir $\frac{a}{b}$ entre $\frac{c}{d}$ equivale a multiplicar $\frac{a}{b}$ por $\frac{d}{c}$.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Ten en cuenta

Inversa de una fracción

- La inversa de a es $\frac{1}{a}$
- La inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$

Ejemplo 1

Un contratista debe entregar una obra en 24 días. Si ya lleva trabajando 15 días, ¿qué parte de la obra le falta?

Resolviendo:

La obra la puede completar en 24 días, entonces en un día avanza $\frac{1}{24}$ y en 15 días, $\frac{15}{24}$.

Entonces falta el complementario de $\frac{15}{24}$, que son: $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

Ejemplo 2

Un albañil trabajó solo el primer día y avanzó 1/6 de la obra. El segundo día trabajó con su ayudante y avanzó los 2/9. Si al cabo del tercer día tiene avanzado los 5/9, ¿trabajó solo o con su ayudante?

Resolviendo:

Los dos primeros días avanzó: $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} = \frac{3+4}{18} = \frac{7}{18}$

El tercer día avanzó: $\frac{5}{9} - \frac{7}{18} = \frac{10-7}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

$\therefore$ Como avanzó 1/6, trabajó solo.

Ejemplo 3

Se han vendido 240 pollos de 5/6 kilogramos de peso cada uno. ¿Cuántos kilogramos de pollo se ha vendido?

Resolviendo:

Peso de cada pollo: $\frac{5}{6}$ kilogramos.

Número de pollos: 240

Peso total: $\frac{5}{6} \times 240 = \frac{5 \times \cancel{240}^{40}}{\cancel{6}_{1}} = \frac{5 \times 40}{1} = 200$ kg

Ejemplo 4

En un almacén hay 425 varillas de fierro corrugado de 3/4 de metro cada una. Si el metro de fierro cuesta 4 soles, ¿cuál es el valor del fierro almacenado?

Resolviendo:

Primero averigüemos cuántos metros de fierro hay: 425 varillas × 3/4 metro:

$$425 \times \frac{3}{4} = \frac{425 \times 3}{4} = \frac{1275}{4} \text{ metros}$$

Cada metro cuesta 4 soles. Entonces el importe es: $\frac{1275}{\cancel{4}} \times \cancel{4} = 1275$ soles

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel básico

1 En una granja hay tres galpones de gallinas. En el primer galpón hay 240 gallinas, en el segundo están los 5/12 y en el tercero 1/4 del total. ¿Cuántas gallinas hay en total?

2 Jesús se comió los 3/8 de la fruta que compró mamá, y Alfredo, 1/4. ¿Qué parte de la fruta queda?

3 Blanca tiene 24 tarros de leche. Si cada tarro contiene 3/8 de litro, ¿cuántos litros de leche tiene Blanca?

4 Ana, Beatriz y Liz juntaron una suma de 150 soles. Ana puso los 3/10; Beatriz los 4/15. ¿Cuánto dinero puso Liz?

5 María compró un helado con los 2/3 de su propina y le quedaron 4 soles. ¿Cuánto le costó el helado?

Nivel intermedio

6 Elisa hizo jugo de naranja para sus 5 hijos y los repartió en vasos de 2/5 de litro. ¿Cuántos litros de jugo preparó?

7 Salomé distribuyó 24 litros de agua en botellas de 6/11 de litro. ¿Cuántas botellas utilizó?

8 Nilda compró un pantalón con los 2/5 de su dinero y un sombrero con un tercio. Si le quedaron 24 soles, cuánto tenía al principio?

9 En un frasco de jarabe caben 3/16 de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con 13 litros y medio de jarabe?

10 Andrés compró una bicicleta y la vendió en 330 soles ganando los 2/9 del costo. ¿Cuánto ganó?

Nivel avanzado

11 De un triplay rectangular se recorta 1/5 del largo y 1/4 del ancho. ¿Qué parte del triplay original queda?

12 De los alumnos de un salón, salieron al recreo las 3/5 partes, la cuarta parte del resto se quedó leyendo y los 4 restantes, conversando. ¿Cuántos alumnos hay en dicho salón?

13 Iván compra caramelos a 5 por 2 soles y los vende a 4 por 3 soles. Cuántos caramelos debe vender para ganar 14 soles?

14 Un empresario ha bajado el precio de sus productos en 1/12 pero ha incrementado su producción en 1/11, entonces:

A) Sus ingresos aumentarán
B) Sus ingresos se mantendrán
C) Sus ingresos disminuirán.

Tarea

1 Luego de comprar una bebida de 4 soles, a Isabel le quedan los 3/5 del dinero que tenía. ¿Cuánto tenía?

2 Indira ha envasado 15 litros de refresco de maracuyá en botellas de 3/10 de litro. Si vendió los 3/5 de las botellas, ¿cuántas le quedan?

3 Tres hermanos se pusieron a pintar la fachada de la casa. Luego de dos horas Manuel ha pintado la quinta parte, José la cuarta parte y Fidel los 3/10. ¿Qué parte de la fachada falta pintar?

4 ¿En cuántos pomitos de 2/25 litros de capacidad caben 4/5 de litros de un jarabe?

Problemas de fracciones

4 operaciones y MCM

Cuando Julián fue a la piscina vio que estaba llena hasta las tres quintas partes.

Para llenarla completamente soltó agua durante hora y media por un grifo que arroja 400 litros por minuto.

VIDEO DE TEORÍA

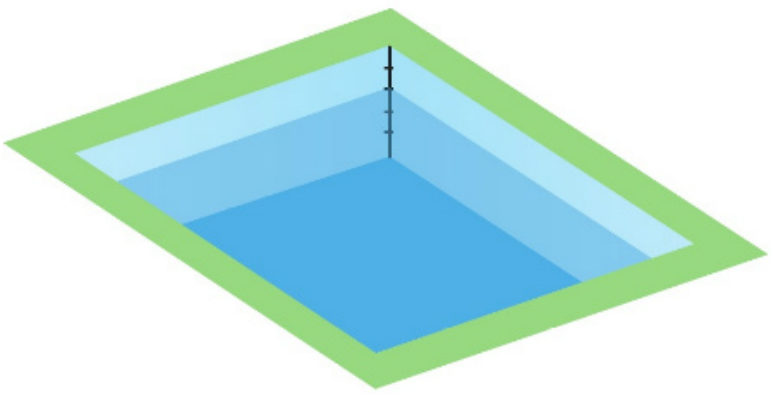
Responde:

¿Cuál es la capacidad de la piscina, en metros cúbicos? (1 m^3 = 1000 L) _____

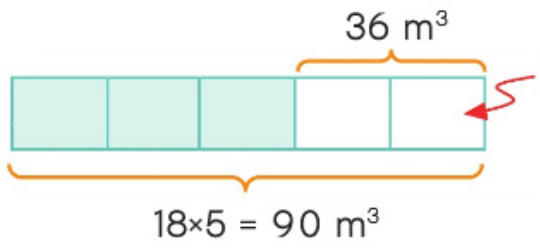
En este capítulo usaremos las mismas estrategias que hemos usado para resolver los problemas de operaciones, con la particularidad de que ahora intervendrán los números fraccionarios. Es recomendable que revises las operaciones con fracciones.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Como ya llenó los 3/5, falta llenar los 2/5, lo cual va a llenar en 1 ½ horas, a razón de 400 L/min.



- 1 ½ hora = 90 min.
- En un minuto llena 400 litros
  ⇒ en 90 min llena: 90×400 = 36 000 L = 36 m^3



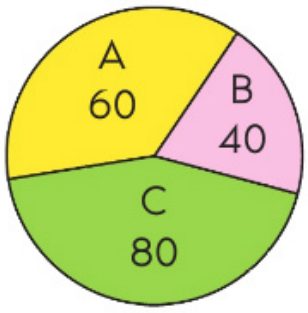
La capacidad de la piscina es 90 m^2.

Problemas básicos de fracciones

a) ¿Qué fracción de *a* es *b*?

Ejemplo 1

El gráfico muestra la producción de trigo (en toneladas) de tres distritos de una región. **Determina** qué fracción de la producción total produce cada distrito.



Resolviendo:

Distrito	Producción
A	60
B	40
C	80
Total	180

Fracción = $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$

En Fracción:

A: $\frac{60}{180} = \frac{1}{3}$

B: $\frac{40}{180} = \frac{2}{9}$

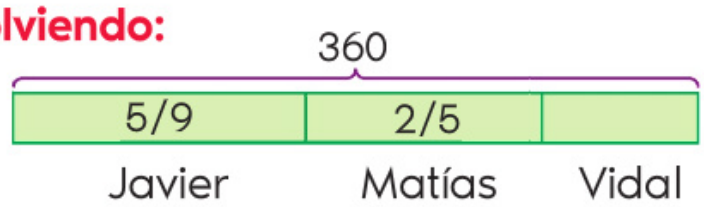
C: $\frac{80}{180} = \frac{4}{9}$

b) Fracción de una cantidad.

Ejemplo 2

Un premio de 360 soles se repartió entre los ganadores. A Javier le dieron los 5/9, a Matías, los 2/5 y el resto a Vidal. ¿Cuánto recibió cada uno?

Resolviendo:



Javier: $\frac{5}{9}$ de 360 = $\frac{5}{\cancel{9}_{1}} \times \cancel{360}^{4} = 200$

Matías: $\frac{2}{5}$ de 360 = $\frac{2}{\cancel{5}_{1}} \times \cancel{360}^{2} = 144$

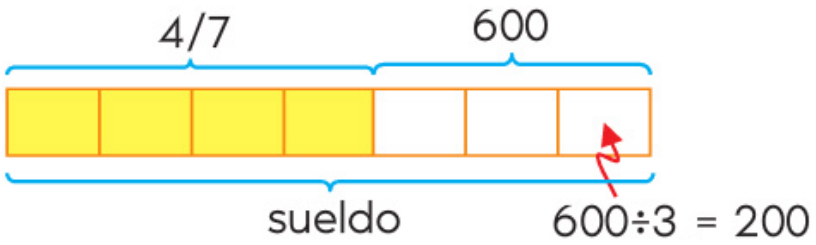
Vidal: 360 − 344 = 16

c) ¿Fracción de qué número es?

Ejemplo 3

Elvira designa para su hijo, que está en la universidad, los 4/7 de su sueldo y se queda solo con 600 soles. ¿Cuál es el sueldo de Elvira?

Resolviendo:



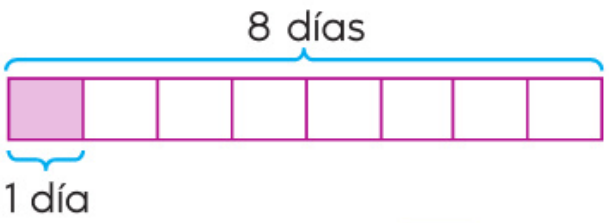
Se observa que la séptima parte del sueldo es 200 soles, entonces el sueldo es:

$7 \times 200 = 1400$ soles

Problemas de reducción a la unidad

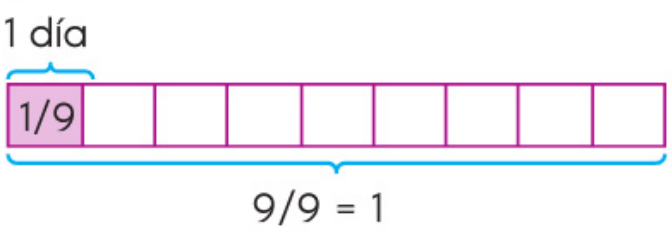
Supongamos que un obrero tarda 8 días en hacer una obra. ¿Qué parte hace en un día?

Elaboramos un esquema donde cada cuadrícula representa lo que hace en un día:



Vemos que en un día hace 1/8 de la obra.

Ahora veamos el caso recíproco. Supongamos que en un día hace la novena parte de una obra. ¿En cuántos días hace toda la obra?



La obra queda dividida en 9 partes, cada día hace una parte, por lo tanto las 9 partes hará en 9 días.

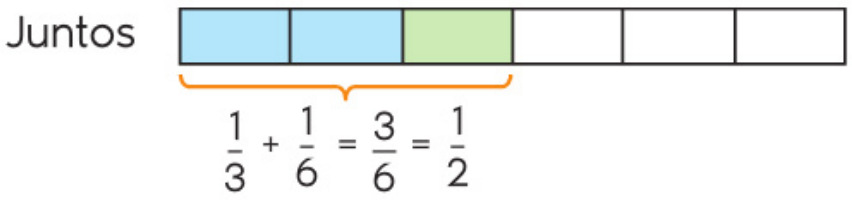
Ejemplo 4

Cada año por fiestas patrias, Jonás se turna con su hijo para pintar la fachada de su casa. Cuando pinta Jonás tarda 3 horas mientras que su hijo lo hace en 6 horas. Este año decidieron pintar entre los dos. ¿Qué tiempo se demorarán?

Resolviendo:

- Representemos lo que pintan en 1 hora:

- Cuando pintan juntos en una hora:



- Juntos en una hora pintan la mitad, entonces toda la fachada lo hacen en 2 horas.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel básico

1 Una papaya se dividió en 8 partes iguales. Si dos de las partes pesan 600 gramos, ¿cuánto pesaba la papaya?

2 Elisio puede hacer un mueble en 9 días. ¿Qué parte del mueble hace en 5 días?

3 Con 45 soles, Alicia compró una muñeca de 12 soles, un CD de 15 soles y una bufanda de 18 soles. ¿Qué parte del dinero que tenía gastó en cada objeto comprado?

4 Abigail tiene 8 botellas de vinagre de 5/8 de litro cada una. Si todas las botellas las vacía en un recipiente de 12 litros, ¿qué parte del recipiente ocuparía el vinagre?

5 La construcción de un puente está planificada para 48 días. Cuando hayan transcurrido 28 días, ¿qué parte del puente faltará construir?

Nivel intermedio

6 Dionisio puede construir un muro en 12 días y su ayudante puede hacer lo mismo en 15 días. ¿Qué parte del muro harán en 8 días trabajando juntos?

7 Luego de gastar 35 soles, Eladio se percata de que le quedan 3/10 de lo que tenía. ¿Cuánto dinero le queda?

8 En un reservorio de 600 m^3 de capacidad, se suelta agua a razón de 5 m^3 por minuto. ¿Qué tiempo se debe esperar para que llene las 3/5 partes?

9 Para reunir 400 soles, Abner pone los 3/10; Bianca los 3/8 y Efraín, el resto. ¿Cuánto pone Efraín?

10 Fulvio vendió 40 prendas de vestir en 1400 soles, todas al mismo precio. Si cada una la hubiera vendido rebajando 3/7 de su precio, ¿cuánto hubiera obtenido en la venta?

Nivel avanzado

11 Aquilino tiene una parcela de alfalfa. Cuando deja el burro en la parcela, el animal tarda 15 días en terminar el pasto, mientras que el caballo solo 10 días. En una ocasión dejó los dos animales en la parcela. ¿Qué tiempo tardaron en comer todo el pasto?

12 Un bidón contiene 60 litros de vino. Se vende la quinta parte a 15 soles el litro, el resto se envasa en botellas de 4/9 de litro y se vende a 8 soles la botella. ¿Cuánto se obtuvo en la venta de todo el vino?

13 Después de perder los 2/5 de su dinero y 1/3 del resto, Frida ganó 280 soles, con lo que su pérdida se redujo solo a los 2/3 de lo que tenía al principio. ¿Cuánto tenía al principio?

14 Anselmo está indeciso entre poner manzanas o naranjas en una canasta, en la que caben 21 naranjas o 28 manzanas. Decide entonces poner la misma cantidad de cada fruta. ¿Cuántas entran de cada una?

Tarea

1 Aldo, Verónica y Cayo reunieron 190 soles. Aldo puso los 2/9, Verónica los 4/15 y Cayo, el resto. ¿Cuánto pusieron Aldo y Verónica y qué parte del aporte fue de Cayo?

2 Frida compró 50 litros de aceite y lo envasó en botellas de 5/9 de litro. Si cada botella de aceite la vendió en 5 soles, ¿cuánto obtuvo por la venta de todas las botellas?

3 Eleazar compró un libro con los 2/5 de lo que tenía y una mochila con los 5/6 del resto. Si luego de las compras le quedan 150 soles, ¿cuánto le costó la mochila?

4 La cuadrilla de Jacinto puede hacer una casa en 48 días, mientras que la cuadrilla de Ruperto lo haría en 80 días. Si se juntaran las dos cuadrillas, ¿en qué tiempo lo harían?

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

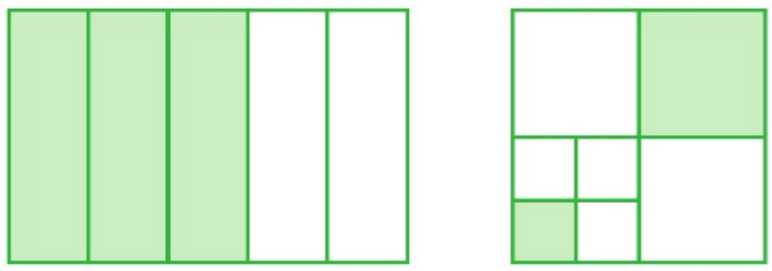
1 Genaro compró 96 pasteles. Luego de vender una parte le quedan 36. ¿Qué fracción de los pasteles vendió?

A) 3/8 B) 5/8 C) 1/3 D) 2/3

2 Si se venden los 3/4 de 12 litros de leche a 6 soles el litro, ¿cuánto se obtiene de la venta?

A) S/. 54 B) S/. 48 C) S/. 56 D) S/. 64

3 Indica la suma de las fracciones que representan la parte coloreada de las figuras.



A) $1\frac{1}{8}$ B) $1\frac{1}{5}$ C) $1\frac{21}{40}$ D) $1\frac{9}{40}$

4 ¿Cuántas botellas de 3/4 de litro se pueden llenar con 30 litros de agua?

A) 40 L B) 40 L C) 40 L D) 40 L

5 ¿Qué fracción continúa en esta secuencia?

$$\frac{1}{2};\ \frac{2}{3};\ \frac{3}{4};\ \frac{4}{5}$$

A) 5/4 C) 6/5 D) 5/6 E) 6/7

6 Con el contenido de un bidón de agua se han llenado 48 botellas de 4/5 de litro. ¿Cuántos litros de agua había en el bidón?

A) 50 L B) 45 L C) 60 L D) 36 L

7 Eliseo tiene 12/5 m de alambre y utiliza la sexta parte. ¿Cuántos metros de alambre le quedan?

A) 1 m B) 2 m C) 3 m D) 2/5 m

8 Después de pintar su casa, a Jorge le sobraron 12 tarros de pintura con 5/6 de galón de pintura cada uno. ¿Cuánta pintura le quedó?

A) 9 gl B) 15 gl C) 12 gl D) 10 gl

9 Dos hermanos se reparten las canicas de un pote. El primero se lleva los 2/5 del total, mientras que el segundo se queda con las 66 restantes. ¿Cuántas canicas contenía el pote?

A) 100 B) 110 C) 105 D) 120

10 Un frasco de perfume tiene la capacidad de 1/20 de litros. ¿Cuántos frascos de perfume se pueden llenar con el contenido de una botella de 4/5 de litro?

A) 15 B) 16 C) 10 D) 12

11 Erasmo se come los 5/8 de una tarta y Josefina, 1/3 del resto. ¿Qué fracción se ha comido Josefina? ¿Qué fracción queda?

A) 1/4 ; 1/8 B) 1/3 ; 1/4
C) 1/8 ; 1/4 D) 1/10 ; 1/8

12 De una cubeta que contenía 120 litros de leche han sacado primero 1/5 del total y después 3/8 del total. ¿Cuántos litros quedan?

A) 35 L B) 30 L C) 40 L D) 60 L

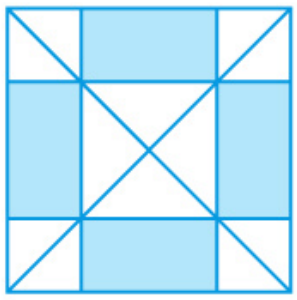
13 Compramos un televisor por 1 800 soles y pagamos 2/15 al contado y el resto en 6 plazos. ¿Cuál será el importe de cada plazo?

A) S/. 260 B) S/. 240
C) S/. 280 D) S/. 250

14 De un depósito que estaba lleno, se han sacado 3/5 del total y, después, 2/3 del total. Sabiendo que aún quedan 20 litros, ¿cuál era la capacidad del depósito?

A) 140 L B) 125 L C) 150 L D) 160 L

15 ¿Qué fracción del cuadrado está coloreada?



16 Una tienda ofrece pantalones rebajados en 1/7 de su precio. Si ahora se venden a 84 soles, ¿cuál era su precio inicial?

17 Se cuentan 5 700 botellas cuando se lleva 2/3 de la carga. ¿Cuántas botellas conforman la carga completa?

18 Calcula los 2/5 de 1500 y los 2/6 de 1800 céntimos. ¿Qué resultado es mayor?

19 Pedro tiene 60 años y su hijo menor un tercio de su edad. ¿Cuántos años suman las edades de padre e hijo?

20 2 700 bombillas equivalen a los 3/4 del total. ¿Cuántas bombillas son 7/10?

21 Un depósito contiene 500 litros de agua. ¿Qué cantidad de agua queda en el depósito después de consumir sus 2/5?

22 En una granja hay 480 ovejas, entre blancas y negras. Un cuarto del total tiene la lana negra. Calcula el número de ovejas que hay de cada color.

23 Alejandro tiene un recipiente de 5/6 litros y Fabio otro de 3/4 litros. ¿Quién tiene el recipiente con mayor capacidad?

24 Ana va de viaje con su padre. Consumen los 7/12 del depósito de gasolina de su auto. ¿Qué fracción del depósito queda sin consumir? ¿Cuántos litros quedan si en el depósito había 60 litros antes de iniciar el viaje?

25 Pedro ha leído el sábado 2/10 de un libro, y el domingo ha leído los 7/10. ¿Qué fracción del libro lleva leído? ¿Qué fracción del libro le falta por leer? Si el libro tiene 440 páginas, ¿cuántas páginas le faltan por leer?

26 Un tren tiene 5 vagones de pasajeros con 80 asientos cada uno. Si al empezar el viaje ocupan el tren 50 viajeros, ¿qué fracción de asientos van ocupados?

27 María regala a una amiga los 5/12 de sus cromos, y a su hermano, los 2/12. ¿Qué fracción de los cromos ha regalado?

28 Andrés regala los 5/8 de un paquete de caramelos a su hermana. ¿Qué fracción del paquete le queda?

29 Un vendedor despacha por la mañana las 3/4 partes de las naranjas que tenía. Por la tarde vende 4/5 de las que quedaban. Si al terminar el día aún le quedan 100 kg de naranjas, ¿cuántos kilos tenía?

30 Emilia y Pedro discuten acerca de quién estudió más tiempo para el examen que tendrán en la tarde.

Emilia argumenta que ella estudió 4/5 de hora; mientras que por su parte, Pedro sostiene que estudió 5/6 de hora. ¿Quién estudió más tiempo?

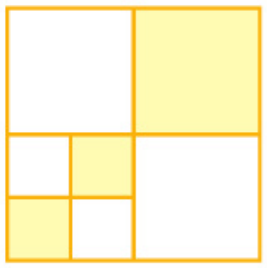
31 Nos dicen que el resultado de un examen ha sido el siguiente: 1/8 de los alumnos y alumnas han obtenido insuficiente, 3/7 suficiente, 3/8 notable y 1/10 sobresaliente. Comprueba si estos resultados son posibles.

32 Un ganadero vende los 3/4 del número de sus reses. Más tarde, los 3/4 del resto, quedando así 16 reses en la ganadería. ¿Cuántos animales tenía?

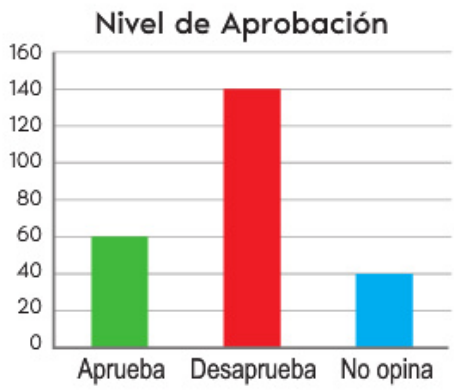
33 Una persona ha cosechado durante la mañana 1/3 de un campo y por la tarde la mitad del resto. Si todavía le quedan 170 hectáreas, ¿cuál es el área total del campo?

Autoevaluación

1 ¿Qué fracción de la figura está coloreada?



2 La Radio "Voz de Ventanilla" aplicó una encuesta entre sus oyentes sobre la gestión del alcalde del distrito, cuyo resultado se muestra en el siguiente gráfico. ¿Qué fracción de los encuestados aprueba la gestión del alcalde?



3 En una biblioteca, los 2/9 de los libros son de matemáticas, 3/5, de literatura, 1/7, son de ciencias sociales y el resto de idiomas. Ordena las diferentes asignaturas por el número de volúmenes que contiene la biblioteca.

4 Un aventurero realiza 2/5 de un viaje en un todo terreno, 1/3 a caballo y el resto a pie. Si la caminata ha sido de 80 km, ¿cuál es la longitud total de su recorrido?

5 La distancia entre La Cabaña y La Fuente, dos localidades vecinas, es de 2 400 m. ¿A qué distancia de La Fuente se encuentra Jaime, que ha salido de La Cabaña y ha recorrido los 5/8 de la distancia? Ayúdate con un dibujo.

6 Genaro se entera de que el precio de un producto se va a incrementar en su quinta parte, por lo que decide comprar una cantidad determinada de barriles por un valor de s/. 3 000. Si hubiera comprado con el nuevo precio, ¿cuánto hubiera tenido que pagar?

6 La proporcionalidad

La proporcionalidad es una manera de comparar matemáticamente el tamaño de las cosas así como cantidades relacionadas numéricamente. Comprender la proporcionalidad nos ayudará resolver muchos problemas.

Enfoque de Orientación al bien común

Respetamos los ambientes y lugares públicos

Los espacios públicos como calles, plazas, jardines, centros culturales y deportivos... son lugares de paso, de encuentro entre personas, de relación entre vecinos y vecinas. Son, por tanto, espacios de convivencia. Debemos procurar:

Evitar hacer actividades que desagraden molesten o perjudiquen a otros vecinos. Cuidar el mobiliario público y respetarlo.

No hacer pintas ni grafitis en las paredes u otros espacios.

No pegar carteles ni publicidad fuera de los espacios asignados.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Lee y escribe los números decimales y expresa cantidades aproximadas mediante el redondeo.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Identifica las partes y la clasificación de los números decimales según la cantidad de cifras decimales.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa estrategias de conversión de decimales en fracciones en la resolución de problemas.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Justifica los métodos de conversión de números decimales en su fracción generatriz.

Fracciones

Números decimales

Lidia ha encontrado, en un supermercado de su barrio, estas prendas en oferta y aprovechó para comprar ropa para sus hijos.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Si compró las tres prendas, ¿cuánto crees que ha pagado? _____

Al dividir el numerador de una fracción entre el denominador se obtiene un número decimal. Por consiguiente, el número decimal es la expresión lineal de una fracción.

$\frac{19}{8} = 2{,}375$

Parte entera — Coma decimal — Parte decimal

Resolviendo: (Problema introductorio)

• Polo: 21,99 ≈ 22 • Pantalón: 45,99 ≈ 46 • Chompa: 31,99 ≈ 32 ⇒ Total: 100

Expresión oral y escrita de los números decimales

	PARTE ENTERA											PARTE DECIMAL										
Nombre de los órdenes	Millar de millón	Centenas de millón	Decenas de millón	Unidad de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades	Coma decimal	Décimos	Centésimos	Milésimos	Diez milésimos	Cien milésimos	millonésimos	Diez millonésimos	Cien millonésimos	Mil millonésimos	Diez mil millonésimos	Cien mil millonésimos	Billonésimos
Valor del orden	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}

Ejemplo 1

Escribe la lectura del número decimal.

43,035: *Cuarenta y tres enteros, treinta y cinco milésimos*

3,82523: _____

35,000078: _____

172,0348942: _____

_____

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Clasificación de números decimales

Al dividir el numerador entre el denominador de una fracción, siempre se obtiene un número decimal, con un número limitado o con infinitas cifras decimales.

Los números decimales se clasifican de acuerdo a la cantidad de sus cifras decimales. Observa con atención la siguiente tabla.

Número decimal exacto	Número decimal inexacto	
	Número decimal periódico puro	Número decimal periódico mixto
$\frac{25}{8} = 3{,}125$	$\frac{24}{11} = 2{,}1818\ldots = 2{,}\overset{\frown}{18}$ Parte periódica	$\frac{85}{44} = 1{,}931818\ldots = 1{,}93\overset{\frown}{18}$ Parte no periódica — Parte periódica
Se origina cuando el denominador contiene solo factores 2 y/o 5	Se origina cuando el denominador no contiene factores 2 ni 5.	Si el denominador contiene factores 2 y/o 5 y factores distintos a éstos.

Redondeo de números decimales

Apenas Diego llegó a Juliaca saca su GPS para ver la altitud de la ciudad.

El GPS marca 3 824,32 m.s.n.m.

Si le preguntaran a qué altitud se encuentra Juliaca, respondería que está a una altura de _____

Redondear o aproximar un número decimal es eliminar las cifras a la derecha de la cifra de aproximación.

Aproximemos 9,5863 a décimos:

1° Fijamos la cifra de aproximación:

1 9,5863
Cifra de aproximación
Cifra de la derecha

2° Si la cifra a la derecha de la de aproximación es 5 o mayor que 5, se redondea aumentando en 1 la cifra de aproximación, en caso contrario, se redondea manteniendo igual la cifra de aproximación.

1 9,5863 ⇒ 1 9,5863 ≈ 19,6
Mayor que 5 — Aproximadamente igual

Ten en cuenta

Comparación de números decimales

Comparemos 76,6438 y 76,6481.

1° Comparamos la parte entera.

76,6438 } Las partes enteras
76,6481 } son iguales

2° Luego comparamos las cifras decimales, desde la coma hacia la derecha, en cada orden, hasta encontrar una cifra mayor que la correspondiente del otro número. El número que contiene dicha cifra es el número mayor.

76,6438 }
76,6481 } 8 > 3

Como 8 > 3
⇒ 76,6481 > 76,6438

Ejemplo 2

Aproxima el número 27,6484 a:

a) Milésimos b) Centésimos c) Décimos d) Enteros

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel básico

1 La profesora preguntó qué tipo de número decimal origina la fracción 4/25. Respondieron:

Jesús: Un número decimal exacto.
Perla: Un número decimal periódico puro.
César: Un número decimal periódico mixto.

¿Quién de los tres tiene razón?

2 Contenido de agua y azúcares de la naranja por cada gramo:

Componente	Cáscara	Gajos	Zumo
Agua	0,725	0,852	0,871
Azúcares	0,076	0,091	0,097

Califica como verdadero o falso las siguientes proposiciones

a) El zumo contiene más agua que la cáscara ( )

b) La cáscara tiene más agua que azúcares ( )

c) Cualquier naranja tiene más agua que azúcares ( )

3 El número decimal $\overline{0,a45b}...$ es periódico puro con dos cifras en el periodo, entonces $a + b$ es:

4 **Aproxima** a decenas la altitud de las siguientes ciudades:

Ciudad	Lima	Puno	Cusco
Altitud (m)	161,49	3819,57	3399,65
A. Aprox.			

5 De las proposiciones:

I. 2,450 > 2,45
II. 3,004 = 3,04
III. 08,23 = 8,230

Son verdaderas:

Nivel intermedio

6 **Escribe** en cada casillero <, > o =, según corresponda:

a) 0,4623 ☐ 0,4617

b) 6,7521 ☐ 7,893

c) 0,0020 ☐ 0,0,002

7 **Expresa,** mediante números decimales, las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{10}{11}$

8 **Ordena** los números:

A = 0,32036 ; B = 0,30205 y C = 0,3107, en forma ascendente.

9 Un medicamento contiene 0,345 gramos de un componente A y 0,656 de un componente B. Se puede afirmar que el medicamento contiene:

I. Menos de la mitad de A.
II. Más de la mitad de A.
III. Más de la mitad de B.

10 ¿Cuál o cuáles de los siguientes números es periódico puro?

I. 0,777 II. 0.3232.. III. 0,1234....

Nivel avanzado

11 **Halla** $a + b$, si $0,\widehat{ab} = \frac{7}{11}$.

12 ¿Cuántas de las siguientes fracciones originan decimales periódico puros?

$\frac{4}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{19}{20}$; $\frac{10}{13}$

13 Si $\frac{23}{11} = a,\widehat{0b}$, ¿cuántas cifras periódicas tiene $\frac{20}{a(b-1)}$?

14 Si $\frac{14}{32}$ origina n cifras decimales, ¿cuántas cifras periódicas origina la fracción $\frac{5}{(2n-1)}$?

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Tarea

1 **Determina** el valor de:

$0,1\widehat{2} + 0,2\widehat{3} + 0,3\widehat{4} + ...+ 0,7\widehat{8}$.

2 Si $\frac{8}{1\overline{x}} = 0,x\widehat{3}$, **halla** "x".

3 **Halla** la fracción generatriz de:

I. $0,1\widehat{4}$ II. $2,\widehat{37}$ III. $0,4\widehat{6}$ IV. $1,42\widehat{6}$

4 Un gramo de naranja tiene 0,134 g de cáscara, 0,143 g de gajos y 0,723 de zumo. Entonces podemos afirmar que:

I. Más de la mitad es zumo.
II. La cáscara de 10 naranjas pesa menos que el zumo de una naranja.
III. De 1 kilogramo de naranjas se puede sacar más de un litro de jugo.

Fracciones

Conversión de decimal a fracción

Algunas ciudades como La Paz (Bolivia), usan teleféricos para el transporte público.

La capacidad de estos vehículos no es muy grande, pero se compensa usando gran número de ellos.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Si la capacidad de un teleférico es 1 tonelada, un sobrepeso de 0,25 toneladas, ¿a qué parte de su capacidad equivale?

Un número decimal proviene de una fracción, en consecuencia, el número decimal se puede convertir en fracción.

Como hay tres clases de números decimales tendremos tres casos de conversión de decimal a fracción.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Para determinar el sobrepeso del teleférico como una fracción de su capacidad, basta expresar 0,25 en forma de fracción:

$$0{,}25 = 0{,}25\times\frac{4}{4} = \frac{0{,}25\times 4}{4} = \frac{1}{4}$$

$\therefore$ Tiene un sobrepeso en 1/4 de su capacidad.

Fracción generatriz:

Una fracción generatriz es una fracción irreductible. Se le da este nombre porque se considera como la generadora de los números decimales.

Por ejemplo, la fracción generatriz de 0,25 es 1/4.

Multiplicación y división por potencias de 10

a) Cuando se multiplica un número por una potencia de 10, basta agregarle al número tantos ceros como tiene la potencia de 10.

- $234\times100 = 23400$
- $71\times1000 = 71000$

Ten en cuenta

Elemento neutro de la multiplicación

La unidad es el elemento neutro de la multiplicación porque cualquier número multiplicado por 1 da el mismo número.

Por otro lado, la unidad se puede expresar como la división de un número por sí mismo:

$$\frac{3}{3};\frac{4}{4};\frac{9}{9}$$

Por ejemplo, si multiplicamos 4,25 por cualquiera de los números de arriba, no se altera:

$$4{,}25\times\frac{4}{4} = \frac{4{,}25\times 4}{4} = \frac{17}{4} = 4{,}25$$

Lo anterior equivale a multiplicar y dividir al decimal por el mismo número.

Entonces, si a cualquier número $\mathbb{N}$ multiplicamos y dividimos por un mismo número, el valor de $\mathbb{N}$ no se altera, sigue siendo igual a $\mathbb{N}$.

b) Cuando se multiplica un número decimal por una potencia de 10, basta correr la coma decimal a la derecha tantos ceros como tiene la potencia de 10 y si no hubiera suficientes cifras se completa con ceros.

- $23{,}567\times100 = 2356{,}7$
- $7{,}25\times1000 = 7250$

c) Cuando se divide un número entre una potencia de 10 se corre la coma decimal hacia la izquierda tantos ceros como tiene la potencia de 10.

- $\frac{264}{10} = 26{,}4$
- $\frac{56{,}81}{1000} = 0{,}05681$

Ejemplo 1

Llena la tabla multiplicando los números por las potencias de 10.

×	10	100	1000
23,5			
0,275			

Ejemplo 2

Llena la tabla dividiendo los números por las potencias de 10

÷	10	100	1000
347			
26,5			

Conversión de decimal a fracción

Caso I. De número decimal exacto a fracción

Convirtamos 0,34 en fracción:

Multiplicamos y dividimos por 100:

$$0{,}34 = \frac{0{,}34\times100}{100} = \frac{34}{100} \Rightarrow \boxed{0{,}34 = \frac{34}{100}}$$

Para convertir un número **decimal exacto** en fracción, escribimos en el numerador el decimal sin la coma y en el denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número.

Ejemplo 3

Convierte en fracción los siguientes números decimales:

a) 0,25 = ☐

c) 0,675 = ☐

b) 0,08 = ☐

d) 3,64 = ☐

Caso II. De número decimal periódico puro a fracción

Convirtamos $0{,}\widehat{36}$ en fracción:

$$0{,}\widehat{36} = 0{,}363636....$$

$$\times100: \quad 100\times0{,}\widehat{36} = 36{,}363636....$$

$$99\times0{,}\widehat{36} = 36$$

$$\boxed{0{,}\widehat{36} = \frac{36}{99}}$$

Para convertir un número **decimal periódico puro** en fracción, escribimos en el numerador el decimal sin la coma y en el denominador, un número formado por tantas cifras nueve como cifras tiene el periodo.

Ejemplo 4

Convierte en fracción los siguientes números decimales:

a) $0{,}\widehat{8}$ = ☐

c) $0{,}\widehat{005}$ = ☐

b) $0{,}\widehat{27}$ = ☐

d) $0{,}\widehat{9}$ = ☐

GENIOMATIC

Caso III. De número decimal periódico mixto a fracción

Para convertir un número **decimal periódico mixto** en fracción, escribimos en el numerador el decimal sin la coma menos la parte no periódica y en el denominador, un número formado por tantos nueves como cifras tiene el periodo seguido de tantos ceros como cifras no periódicas tiene el número.

Convirtamos $0,75\widehat{4}$ en fracción:

$$0,75\widehat{4} = 0,754444....$$

$$\begin{array}{rl} \times 100: & 100\times 0,75\widehat{4} = 75,4444..... \\ \times 1000: & 1000\times 0,75\widehat{4} = 754,4444..... \end{array}$$

$$900\times 0,75\widehat{4} = 754 - 75$$

$$0,75\widehat{4} = \frac{754-75}{900}$$

Ejemplo 5

Convierte en fracción los siguientes números decimales: a) $0,4\widehat{6}$ = ☐ b) $0,0\widehat{8}$ = ☐ c) $0,6\widehat{75}$ = ☐ c) $3,\widehat{64}$ = ☐

Nivel básico

1 **Haz** corresponder la fracción con su equivalente decimal:

a) $0,91\widehat{6}$ 1. 3/4

b) $1,\widehat{36}$ 2. 11/12

c) 0,75 3. 15/11

2 Cuando se expresa el número $0,\widehat{45}$ en fracción resulta:

A) $\frac{10}{11}$ B) $\frac{7}{11}$ C) $\frac{5}{11}$

3 La fracción generatriz $\frac{a}{11}$ origina un decimal:

A) Exacto C) Periódico mixto

B) Periódico puro

4 **Determina** la fracción generatriz del número $\overline{0,a(a+2)5c...}$ si es decimal periódico puro con dos cifras en el periodo.

5 ¿Cuál de las siguientes fracciones no es generatriz de alguno de los números decimales?

a) 0,86 b) 1,27 c) 0,875 d) 0,7

A) $\frac{14}{11}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{13}{18}$ E) $\frac{13}{15}$

Nivel intermedio

6 Marcos, Edwin, Lorena e Isaac se repartieron un premio en partes iguales. Marcos gastó 7/18 de su parte, Edwin 4/9 del suyo y Lorena 0,5 del suyo. ¿Cuál de los tres gastó más?

7 ¿Cuántas de las siguientes fracciones es mayor que $0,2\widehat{3}$?

a) $\frac{13}{30}$ b) $\frac{2}{15}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{1}{6}$

8 Si $1,\widehat{972} = \frac{\overline{7a}}{\overline{a7}}$, **halla** a.

9 Si $0,\widehat{ab} = \frac{5}{\overline{c3}}$, **halla** $a + b + c$.

10 Si $0,\overline{abc} = \frac{7}{8}$ y $\frac{c}{\overline{ab}} = 0,\widehat{.....x}$, **halla** x.

Nivel avanzado

11 **Halla** la suma de cifras del periodo de:

$$f = \frac{2011}{1111111}$$

12 **Aproxima** a los décimos el resultado de operar: $\frac{(0,8\widehat{37})\ (0,\widehat{3})\ (0,25)}{(0,\widehat{2})\ \ (0,8\widehat{3})}$

13 ¿Cuál es la última cifra del periodo que origina la fracción $\frac{7}{73}$?

14 Si $0,\overline{ab} = \frac{19}{25}$ y $\frac{1}{\overline{ba}} = 0,\overbrace{\ldots\ldots x}$, **halla** x.

Tarea

1 ¿La generatriz de cuál de los siguientes números decimales tiene denominador 11?

a) 0,27 b) 0,33 c) $0,\widehat{72}$

2 **Halla** la fracción generatriz de:

I. $0,5\widehat{3}$ III. $0,7\widehat{2}$ II. $0,8\widehat{3}$ IV. $1,8\widehat{3}$

3 Si $\frac{8}{\overline{1x}} = 0,x\widehat{3}$, **halla** "x".

4 **Determina** el valor de:

$0,1\widehat{2} + 0,2\widehat{3} + 0,3\widehat{4} + \ldots\ldots + 0,7\widehat{8}$.

Operaciones con números decimales

Fracciones

La alpaca es una aleación que se utiliza en la elaboración de joyas y finos utensilios de cocina.

Cada gramo de alpaca contiene 0,345 gramos de zinc, 0,125 de níquel y el resto escobre.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos gramos de cobre contiene el gramo de alpaca? _____

Adición y sustracción de números decimales

Tanto en la adición como en la sustracción en columna, se deben sumar o restar cifras del mismo orden: decenas con decenas, unidades con unidades, décimas con décimas, etc.

Por ello, para sumar o restar números decimales se las debe alinear respecto a la coma decimal. Preferentemente, se debe conseguir la misma cantidad de cifras decimales aumentando ceros a la derecha.

Sumemos:

1,2 + 0,572 + 0,08 + 27,5

1,2 +	1,200 +
0,572	0,572
0,08	0,080
27,5	27,500
29,352	29,352

Resolviendo: (Problema introductorio)

Zinc: 0,345 +
Níquel: 0,125
0,470

Total: 1,000 −
0,470
0,530

∴ Un gramo de alpaca contiene 0,530 gramos de cobre.

Multiplicación de números decimales

1. Se multiplica como si fueran números naturales, sin considerar las comas decimales.
2. Una vez obtenido el producto se considera tantas cifras decimales como tienen los dos factores.

Multipliquemos: $\overset{3}{7,648} \times \overset{2}{3,25}$

7628 ×
325
38140
15256
22884
24,79000
3 + 2

División de números decimales

Dividamos 24,345÷5,41

1° Igualamos con ceros a la derecha la cantidad de cifras decimales:

2° Eliminando las comas dividimos como números naturales.

3° Si habiendo obtenido el residuo se quiere seguir dividiendo, se agrega cero al residuo y una coma al cociente y se continúa con la división.

24,345 ÷ 5,410
3 3

24345	5410
21640	4,5
27050	
27050	
- - - - -	

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Ejemplo

Efectúa las siguientes operaciones:

×	8	2,4	0,004	0,44	0,036
3,75					

÷	8	2,4	0,004	0,44	0,036
19,8					

Operaciones con decimales inexactos

Para realizar operaciones con números decimales inexactos, se los convierte en fracciones, se opera y una vez obtenido el resultado se convierte en decimal. Por ejemplo:

$$E = 0,\widehat{6} + 0,9\widehat{16} \times 0,\widehat{72}$$

$$E = \frac{6}{9} + \frac{916 - 91}{900} \times \frac{72}{99}$$

$$E = \frac{2}{3} + \frac{\overset{33}{\cancel{825}}}{\underset{36}{\cancel{900}}} \times \frac{8}{11} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow E = 1,\widehat{3}$$

Nivel básico

1 **Halla** el resultado de:

$$(4,5 \times 3,2 + 11,66) \div 0,15$$

2 ¿Cuál es el número decimal que resulta de efectuar la siguiente operación?

(0,1833.....) × (0,151515.....)

3 Una tienda de ropas pone los precios con dos cifras decimales 9 en la etiqueta de las prendas, pero que al momento de vender se lo redondea al entero inmediato.

Si diariamente vende un promedio de 120 prendas, ¿cuánto gana en un mes de 30 días sólo por el redondeo de los precios?

4 **Halla** el resultado de efectuar:

$$E = (0,4\widehat{5} + 2,5) \div (6,2\widehat{4} - 4,\widehat{13})$$

5 El contenido de minerales (en mg) de 100 gramos de manzana es:

Sodio	1,2	Fósforo	11
Calcio	5,5	Potasio	120
Hierro	0,56		

Si Adrián come medio kilo de manzanas, ¿cuántos miligramos de minerales consume?

Nivel intermedio

6 Se compra tres docenas de juguetes a S/. 8,45 y se vende a S/. 11,452. ¿Cuánto se gana en total?

7 Martín compró 6 camisas a S/. 22,50 cada una y 8 pantalones a S/. 30,25 la unidad. ¿Cuánto recibió de vuelto si pagó con 400 soles?

8 Un globo aerostático se encuentra a una altura de 126,86 metros, luego desciende 3 veces 21,41 y luego asciende 52,15 metros. ¿A qué altura se encuentra ahora?

9 Se compra 24 juguetes a 78 soles. ¿A qué precio debo vender para ganar 1,87 soles por unidad?

10 Un saco de arroz trae 50 kilos. Si el saco cuesta 84 soles y se vende cada kilo en S/. 2,50, ¿cuánto se gana al vender 11 kilos y medio?

Genio Matic

Nivel avanzado

11 ¿Cuántas cifras decimales tiene $(12{,}345)^6$?

12 Se paga S/. 116,55 por la compra de cierto número de pastas dentales cuyo precio por unidad es S/. 3,15. ¿Cuánto se ganará si se vende a S/. 4,50?

13 Si 7 cajas de chocolate cuesta S/. 43,75 y 9 cajas de galletas cuesta S/. 112,86, ¿cuánto cuestan 2 cajas de chocolate más 4 cajas de galletas?

14 Un granjero tiene un terreno de dimensiones 60,20 × 75,25 metros. ¿Cuántos lotes cuadrados de 15,05 metros de lado obtiene el granjero si divide su terreno?

Tarea

1 Un edificio mide 512,8 metros. Si cada piso mide 2,85 metros, ¿cuántos pisos tiene el edificio?

2 En un recipiente se ha depositado 0,75 de litro, después 1,50 litros y por último 2,5 litros. Si en el recipiente caben 5 litros, ¿cuánto más se puede añadir?

3 Se vende $0,\widehat{3}$ de una cesta de huevos. Si se quiebran 5 huevos y quedan 0,625 de la cesta, ¿cuántos huevos había en la cesta?

4 Mario compró 5 potes de miel de abeja de 0,450 g. ¿Cuántos kilogramos de miel compró Mario?

Reforzando - Unidad 6

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Donato compró una gaseosa de 3,5 soles y una porción de torta de 4,5 soles. ¿Cuánto gastó?

A) S/. 8,0 B) S/. 8,5
C) S/. 9,0 D) S/. 10,0

2 Elvira ha comprado 5 galletas a 2,4 soles. ¿Cuánto gastó?

A) S/. 10,0 B) S/. 12,0
C) S/. 12,5 D) S/. 14,0

3 Observa la siguiente tabla:

Sucursal	Vendedor	Venta del mes
A	Javier	S/. 4586
B	Iris	S/. 2741
C	Consuelo	S/. 3000
D	Ignacio	S/. 1758

¿En qué sucursal hubo mayor venta?

A) Sucursal B B) Sucursal C
C) Sucursal A D) Sucursal D

4 La casa de mi amiga Abigaíl mide 8,5 metros de altura. La mía mide 6,4 metros. ¿Cuántos centímetros más de altura posee la casa de mi amiga Abigail que la mía?

A) 219 cm B) 210 cm
C) 110 cm D) 120 cm

5 Un litro de gelatina contiene 125 gramos de azúcar. ¿Cuántos litros de gelatina se puede preparar con 1 kg de azúcar?

A) 6 litros B) 7 litros
C) 8 litros D) 9 litros

6 La estatura de Diego es 1,85 m y la de Yuri, 1,79 m. Entonces Diego es más alto que Yuri en:

A) 0,06 m B) 0,60 m
C) 0,04 m D) 0,40 m

7 En una entrevista, el Ministro de Educación afirmó que cada niño consume diariamente 0,45 litros de leche. De ser cierta esta afirmación, ¿cuántos litros de leche consumen diariamente 200 niños?

A) 9 litros B) 12 litros
C) 90 litros D) 120 litros

8 Sergio tenía cierta suma de dinero. Gastó S/. 75,50 en herramientas de jardinería y le quedan S/. 208,50. ¿Cuánto dinero tenía inicialmente?

A) S/. 385,80 B) S/. 284,00
C) S/. 133,00 D) S/. 20,80

9 Samuel cría vacas lecheras y provee a un restaurante la misma cantidad de leche cada día. Si en tres días ha entregado 45,6 litros en total, ¿cuántos litros de leche entregará en 10 días?

A) 142 litros de leche
B) 145 litros de leche
C) 134 litros de leche
D) 152 litros de leche

10 En una charla, la empresa EMUSAP de Abancay informó a los estudiantes de quinto grado que una llave malograda de agua desperdicia 0,18 litros al día. Adolfo piensa: "En el edificio donde vivo hay 13 llaves malogradas de agua que tienen ese problema". ¿Cuánta agua se ahorraría al mes si se arreglaran las llaves del edificio?

A) 60,02 litros de agua
B) 70,02 litros de agua
C) 70,20 litros de agua
D) 70,29 litros de agua

11 Raquel tenía cierta cantidad de kilogramos de carne. Le regalaron 16,5 kilogramos y ahora tiene 89 kilogramos. ¿Cuántos kilogramos de carne tenía al inicio?

A) 73,5 kilogramos B) 79,5 kilogramos
C) 72,5 kilogramos D) 105,5 kilogramos

12 La señora Lourdes compró dos cajitas de yogur y tres empanadas de carne para la lonchera de sus hijos.

Cada cajita de yogur le costó S/ 1,80. Si pagó S/ 11,10 en total, ¿cuánto costó cada empanada?

A) S/. 1,50 B) S/. 2,50
C) S/. 3,0 D) S/. 2,0

13 Un frutero vende 213,6 kg de naranjas, 187,9 kg de naranjas más que manzanas. ¿Cuántos kilogramos de manzanas vende?

A) 17,5 kg B) 25,7 kg
C) 26, 5 kg D) 36,7 kg

14 Si Rosa paga S/. 94,5 por 9 metros de tela. ¿Cuánto pagará por 20 metros de tela?

A) S/. 201 B) S/. 121
C) S/. 21 D) S/. 210

15 El 5° grado "A" recaudó S/. 347,70 en una la feria gastronómica. Si gastara S/. 93,80 tendría lo mismo que el 5° grado B.

¿Cuánto dinero tiene el quinto grado B?

A) S/ 253,90 B) S/ 243,90
C) S/ 254, 90 D) S/ 354,90

16 Lupe hace una torta con 0,75 kg de harina, 2/8 kg de azúcar, 1/8 kg de mantequilla y 5 huevos que pesan 0,25 kg en conjunto. ¿Cuál es el peso de la torta?

A) 11/8 kg B) 11/4 kg
C) 13/4 kg D) 13/8 kg

17 Ricardo ha averiguado que es recomendable que un niño de su edad beba 2,5 litros de agua al día. En el transcurso de la mañana, Ricardo tomó agua en la siguiente cantidad:

¿Qué cantidad de agua le falta tomar a Ricardo para cumplir con la recomendación de los especialistas?

A)

B)

C)

D)

18 En la I.E. 5130-2 "Villa del Mar" se recibió una donación de S/. 562,53 para el pintado de 3 salones. ¿Cuánto le toca a cada salón?

A) S/. 167,5 B) S/. 178,51
C) S/. 187,51 D) S/. 185,51

19 Una caja de naranjas pesa 15,4 kg y una de melocotones 24,5 kg. Si un camión transporta 320 cajas de naranjas y 406 cajas de melocotones, ¿cuántos kg le faltan para completar 15 toneladas?

A) 250 kg B) 150 kg
C) 125 kg D) 450 kg

20 Un comerciante lleva S/. 3 000 para comprar mercadería. Con la mitad de su dinero compra plumones a S/. 7,50 cada caja; con la tercera parte compra libros de S/. 12,50 cada uno y con el resto, cuadernos de S/. 2,50 cada uno. ¿Qué cantidad de plumones, libros y cuadernos compró?

A) 100 cajas de plumones; 90 libros; 200 cuadernos.
B) 200 cajas de plumones; 80 libros; 200 cuadernos.
C) 150 cajas de plumones; 85 libros; 150 cuadernos.
D) 180 cajas de plumones; 80 libros; 200 cuadernos.

21 ¿Qué valor relativo tiene la cifra 7 en cada una de las siguientes cantidades?

a) 138,729 c) 17,31 e) 101,87

b) 7.215,68 d) 701,5 f) 3,057

22 ¿Cuánto pesa el equipaje de Leticia?

23 ¿Cuántos kilogramos pesa el gato de Liz?

24 Un kilo de manzanas cuesta S/. 0,75, uno de uva, S/. 1,05 y uno de peras, S/. 0,6.

a) ¿Cuánto dinero recaudarán si venden 100 kilos de peras?

b) ¿Y si venden 10 kilos de uvas?

c) ¿Y si vendieran 1000 kilos de manzanas?

25 Ricardo ha pagado S/. 24,86 por los tres objetos. ¿Cuánto ha costado el USB?

26 Para empaquetar cajas de regalo, Roberto ha utilizado 7 rollos de papel celofán de 1,25 metros cada uno y dos rollos de 2,45 metros cada uno. ¿Cuántos metros de papel celofán ha utilizado?

27 Federico ha ido al cine y ha contado 26 filas de 36 butacas cada una. Si cada entrada cuesta S/. 4,21, ¿cuánto dinero se recauda cuando se llena la sala?

28 El consumo de gasolina de un camión durante el primer día de viaje es de 21,77 L; el segundo día de 15,2 L; el tercer día de 25,06 L y el último día la mitad del resto. Sabiendo que el depósito admite 80 L:

a) ¿Cuánto consumió el último día?

b) ¿Qué cantidad de combustible le quedó?

29 Un camión transporta 3 bloques de mármol de 1,3 toneladas cada uno y 2 vigas de hierro de 0,5 toneladas cada una. Calcula el total de toneladas que transporta el camión.

30 Alicia va a hacer un pastel y anota los ingredientes.

Ingredientes:
- 2 kg de peras
- 0,75 kg de harina
- 0,25 kg de azúcar
- 1,5 L de leche

a) Las peras cuestan S/. 1,25 el kilo y paga con S/. 5. ¿Cuánto le devuelven?

b) Compra la harina a S/. 0,40 el kilo y el azúcar a S/. 1,80 el kilo. ¿Cuánto paga por ambos ingredientes?

c) Ha comprado dos botellas de leche de 1 litro, a S/. 1,30 cada una. ¿Cuánto paga en total?

d) ¿Qué cantidad de leche le sobra?

e) ¿Cuánto gasta en total en la compra?

31 Janet ha enmarcado un cuadro con las dimensiones que aparecen en el dibujo. Calcula la longitud total del marco. ¿Cuánto cuesta si cada metro de marco vale S/. 15,93?

Autoevaluación

1 ¿Qué valor relativo tiene la cifra 8 en cada una de las siguientes cantidades?

a) 138,729 c) 18,31 e) 101,87

b) 7.215,68 d) 701,8 f) 3,087

2 Un bote lleno de tomate pesa 1 050,3 gramos, y la lata vacía pesa 137,72 gramos. ¿Cuánto pesa el tomate contenido en una caja de 24 latas?

3 Observa los carteles. ¿En qué tienda sale más barata la fotocopia?

A	B	C
10 fotocopias	100 fotocopias	1000 fotocopias
S/. 0,3	S/. 2	S/. 40

4 Observa los precios y aproxima a décimos. Luego, responde:

S/. 6,89 S/. 3,75 S/. 20,13

a) ¿Cuánto se pagará por 2 botellas de aceite?

b) ¿Cuánto se pagará por 4 cajas de leche?

c) ¿Cuánto se pagará por botella de aceite y dos bolsas de arroz?

5 El padre de Alejandro ha pagado S/. 7,75 por cinco helados iguales. ¿Cuánto costaba cada uno?

6 Teresa quiere adornar con una guirnarla de colores de 17,5 metros la carroza que su barrio va a presentar al concurso. Ha tenido que unir 10 cintas iguales para conseguir esa medida. ¿Cuánto mide cada cinta?

7 Regla de tres y tanto por ciento

La regla de tres es una de las aplicaciones más importantes de la proporcionalidad, y el tanto por ciento tiene mucha importancia en los cálculos de la actividad comercial y financiera.

Cumplimos oportunamente con nuestras tareas

Las personas adultas tienen que cumplir con las tareas asignadas en su trabajo, en su casa y en la sociedad. Cumplir las tareas cabalmente y en el tiempo correspondiente denota la personalidad del individuo y son formas de conducta que aprendemos y a las que nos habituamos desde pequeños, cumpliendo oportunamente con las tareas escolares y las tareas de la casa.

Cuando uno no cumple con su tarea, alguien tiene que asumirla, lo cual no es justo porque recarga de labores a otras personas.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Expresa enunciados y relaciones de proporcionalidad en forma de una proporción.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Distingue la relación de proporcionalidad directa e inversa.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Emplea el tanto por ciento para resolver problemas comerciales y financieros.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Demuestra las fórmulas de interés simple.

Regla de tres

Magnitudes proporcionales

Para construir su casa, Marcelo compró un lote de terreno de 7 metros de frente por 20 metros de fondo por 42 mil soles.

Su hermana Margarita ha conseguido otro lote en la misma zona para vivir cerca de su hermano.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Si el lote de Margarita tiene 6 metros de frente y 15 metros de fondo, ¿cuál es su costo? _____

1. Magnitudes proporcionales

Una magnitud es todo aquello que se puede medir o contar, como el tiempo, el peso, la longitud, etc. El resultado de medir o contar se llama valor de la magnitud.

1.1. Magnitudes directamente proporcionales (D.P.)

¿Cómo se relaciona el precio de la papa con su peso?

Supongamos que 1 kg cuesta S/. 3:

Peso (kg)	1	2	3	4
Precio (S/.)	3	6	9	12

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

El cociente de dividir los valores correspondientes son iguales. El precio depende del peso en forma D.P.

1.2. Magnitudes inversamente proporcionales (I.P.)

¿Cómo está relacionado la velocidad con el tiempo? Vamos a suponer que un auto recorre 120 km con distintas velocidades:

V (km/h)	120	60	40	30
T (h)	1	2	3	4

$$60 \cdot 2 = 40 \cdot 3 = 30 \cdot 4 = 120$$

El producto de los valores correspondientes son iguales. El tiempo depende de la velocidad en forma I.P.

2. Regla de tres

La regla de tres es una aplicación de las magnitudes proporcionales. Consiste en calcular un valor desconocido de una magnitud mediante la comparación de dos o más magnitudes proporcionales conocidas.

Clasificación:

- Regla de tres
  - Simple
    - Directa
    - Inversa
  - Compuesta

2.1. Regla de tres simple directa

Si 24 cuadernos cuestan 150 soles, ¿cuánto cuestan 56 cuadernos?

Más cuadernos cuestan más. Son D.P.

Cuads. Costo

$$\begin{matrix} 24 & 150 \\ 56 & x \end{matrix} \quad \frac{x}{56} = \frac{150}{24} \Rightarrow x = \frac{56 \times 150}{24} = 350$$

∴ Cuestan 350 soles.

Esquema para el cálculo de la incógnita

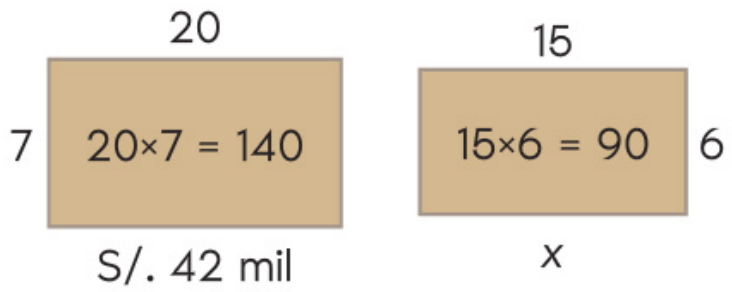
A	B	← Magnitudes
a	b	
c	x	

(D)

$$x = \frac{c \times b}{a}$$

La incógnita x es igual al producto de los términos en la diagonal que no la contiene entre el término diagonalmente opuesto.

Resolviendo: (Problema introductorio)



Área (m^2)	Precio (S/.)
140	42
90	x
(D)	

$$x = \frac{42\times90}{140} = 27$$

∴ El costo del terreno es S/. 27 mil.

2. 2. Regla de tres simple inversa

Ocho obreros debían hacer una zanja en 35 días, pero se quiere que la hagan en 20 días. ¿Cuántos obreros más se debe contratar? Más obreros demoran menos días. Son I.P.

N° obreros	N° días
8	35
x	20
	(I)

$$20x = 35\times8 \Rightarrow x = \frac{35\times8}{20} = 14$$

∴ Se debe contratar:

14 − 8 = 6 obreros más.

Esquema de la regla de tres simple inversa

A	B	← Magnitudes
a	b	
c	x	

(I)

$$x = \frac{a\times b}{c}$$

Regla práctica: La incógnita x es igual al producto de los términos en la línea horizontal que no la contiene entre el término opuesto.

2.3. Regla de tres compuesta

Una cuadrilla de 12 obreros puede construir una casa de 3 pisos en 60 días, trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días necesitan 16 obreros para construir una casa de 4 pisos trabajando 10 horas diarias?

1°. Ordenamos los datos:

Magnitud de comparación

N° obreros	N° pisos	N° días	h/d
12	3	60	8
16	4	x	10
(I)	(D)		(I)

2°. Comparamos la magnitud de comparación con cada una de las demás:

- Más obreros tardan menos días (I).
- En más días hacen más pisos (D).
- Trabajando más horas por día demoran menos días(I).

3°. Cálculo de la incógnita:

La incógnita es igual al valor que la acompaña multiplicada por los cocientes de los datos de la misma vertical: en el mismo sentido (de arriba hacia abajo) si son inversamente proporcionales y en forma invertida si son directamente proporcionales.

$$x = 60\times\frac{12}{16}\times\frac{4}{3}\times\frac{8}{10}$$

$$x = \cancel{60}\times\frac{12}{\cancel{16}_{2}}\times\frac{4}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{10}_{}} = 48$$

∴ Se necesitan 48 albañiles.

Nivel básico

1 Sabiendo que 15 pasteles cuestan 105 soles, ¿cuánto cuestan 12 pasteles?

2 Sesenta peones construyen una carretera en 24 días. ¿En qué tiempo lo hacen 80 peones?

3 Dos pintores pintan 200 m^2 de una pared en una semana. ¿Cuántos pintores pintarán 1000 m^2 en 5 días?

4 Veinticuatro costureras han confeccionado 480 polos durante 25 días trabajando 8 horas al día. ¿Cuántos días utilizarán 20 costureras para confeccionar 360 polos trabajando 6 horas diarias?

5 En 12 días, 8 obreros han hecho las 2/3 partes de una obra. Se retiran 6 obreros. ¿Cuántos días demorarán los obreros restantes para terminar la obra?

Nivel intermedio

6 Por comprar una decena de cuadernos me regalaron 3 cuadernos. Si me estoy llevando 240 cuadernos, ¿cuántas decenas compré?

7 Por pintar un cuadrado de 10 metros de lado cobro S/. 175. ¿Cuánto debo cobrar por pintar un cuadrado de 8 metros de lado?

8 Cierto número de obreros hacen una zanja en 24 días pero si aumentaran 6 obreros lo harían en 18 días. ¿Cuál es el número inicial de obreros?

9 Una fábrica produce normalmente 10 000 camisas al mes con 40 operarios. Al recibir un pedido de 18000 camisas para entregar en un mes y medio, ¿cuántos operarios más debe contratar?

10 Un reloj se adelanta minuto y medio cada 24 horas. Después de 46 días y 20 horas, ¿cuánto se habrá adelantado el reloj?

Nivel avanzado

11 Para pintar las caras de un cubo de 16 cm de arista se pagó 80 soles. ¿Cuánto se pagará si la arista midiera 8 cm?

12 Una oveja está atada a una estaca mediante una cuerda de 6 metros, y demora 32 días en comer el pasto que está a su alcance. ¿Cuántos días demorará en comer el pasto que está a su alcance si se le ata con una cuerda de 9 metros?

13 Ocho hormigas trabajando 8 h/d demoran 18 días para construir su hormiguero antes que llegue el invierno. Después de trabajar tres días su instinto les dice que el invierno se adelantará la mitad de los días. ¿Cuántas h/d deberán trabajar para culminar su hormiguero?

14 Se emplearon 30 obreros para ejecutar una obra. Si al cabo de 6 días hicieron 1/3 de ella, ¿cuántos obreros hubo que aumentar para terminar el resto de la obra en 10 días?

Tarea

1 Una obra puede ser hecha por 14 obreros en 20 días. Si se quiere hacer la obra en 35 días, ¿cuántos obreros deben trabajar?

2 Treinta albañiles debían terminar una obra en 20 días. Habían trabajado 5 días cuando 5 de ellos se retiraron. ¿Cuántos días duró la construcción de la obra?

3 Si por trabajar 8 meses me dan un anillo de oro y por trabajar un año me dan el anillo más S/. 440. ¿Cuál es el precio del anillo?

4 En 18 días, 5 obreros han hecho los 3/5 de una obra. Si en ese momento se retiran 2 obreros, ¿cuántos días demorarán los obreros restantes en terminar la obra?

Tanto por ciento

Regla de tres y fracciones

Fabricio encontró, en una tienda de ropas, pantalones a 90 soles y chompas a 80 soles.

Compró un pantalón con 30% de descuento y una chompa con 20% de descuento.

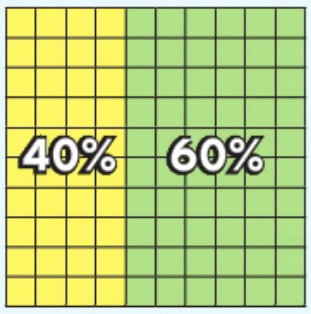
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuánto pagó Fabricio por las dos prendas? _____

Tanto por ciento

Cuando una cantidad se divide en 100 partes iguales, cada parte se llama uno por ciento (1%). Si se consideran, por ejemplo, 40 partes de dicha cantidad, se denomina 40%.



Problemas básicos de tanto por ciento

a) Cálculo del tanto por ciento de una cantidad

Ángel ofrece una laptop en 1200 soles con un descuento del 20%. ¿Cuál es el importe del descuento?

Resolviendo:

El descuento es el 20% de 1200:

Total: 100% → 1200

Descuento: 20% → x

$$x = \frac{20\% \times 1200}{100\%} = 240$$

S/. 1200 (100%)

Forma práctica:

$$20\% \text{ de } 1200 = \frac{20}{100} \times 1200 = 240$$

En general:

$$a\ \%\ \text{de}\ b = \frac{a}{100} \times b$$

b) Qué tanto por ciento de una cantidad es otra

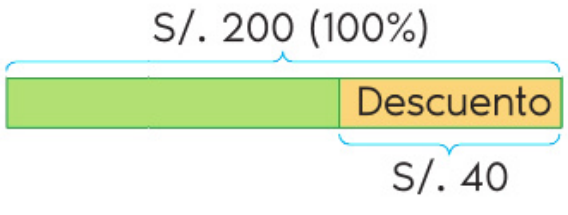
Sara encontró un vestido que cuesta 200 soles, pero a la hora de comprar le hicieron un descuento de 40 soles. ¿Qué porcentaje de descuento le dieron?

Resolviendo:

Precio: 200 → 100%

Descuento: 40 → x

$$x = \frac{40 \times 100\%}{200} = 20\%$$



Forma práctica:

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}} \times 100\%$$

Ten en cuenta

Simplificación del símbolo porcentual

El símbolo % representa a 100 unidades en el denominador:

$\cdot\ 20\% = \frac{20}{100}$ $\cdot\ 60\% = \frac{60}{100}$

Entonces:

$$60\% \times 300 = \frac{60}{100} \times 300 = 180$$

$$60\% \times 300 = 60 \times 3 = 180$$

El símbolo % se puede simplificar con dos ceros en el numerador.

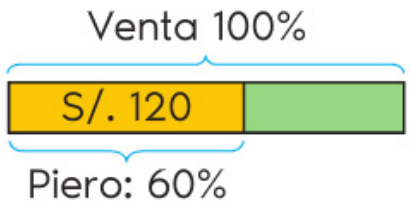
Equivalencia entre tanto por ciento, fracciones y decimales

%	Fracción	Decimal
50%	$\frac{1}{2}$	0,50
25%	$\frac{1}{4}$	0,25
20%	$\frac{1}{5}$	0,20
75%	$\frac{3}{4}$	0,75
100%	1	1,00
150%	$\frac{3}{2}$	1,50
200%	2	2,00

c) El tanto por ciento de qué número es un número dado

Los hermanos Piero y Pierina vendieron una bicicleta. ¿En cuánto la vendieron si a Piero le tocó 120 soles de la venta por ser dueño del 60%?

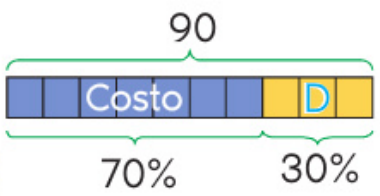
Resolviendo:



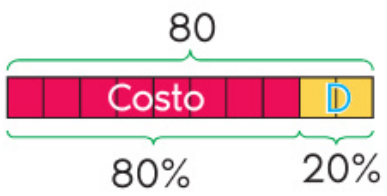
$$120 \rightarrow 60\%$$
$$x \rightarrow 100\%$$
$$x = \frac{100 \times 120}{60} = 200$$

$\therefore$ La vendieron en 200 soles.

Resolviendo: (Problema introductorio)



Costo = 70%×90
= 63



Costo = 80%×80
= 64

$\therefore$ En total pagó: 63 + 64 = 127 soles.

Ten en cuenta

Porcentajes complementarios

Diremos que dos porcentajes son complementarios si suman el 100%.

- 60% + 40% = 100%
  Complementarios
- 75% + 25% = 100%
  Complementarios
- Si se gasta el 40 %, queda el 60%.
- Si se pierde el 25%, queda el 75%.
- Si de una obra se avanza el 30 %, queda el 70%

Aumento porcentual

Cuando una cantidad aumenta en 30% se convierte en 130%.

Si se vende ganando el 40% del costo entonces se vende en el 140% del costo.

Nivel básico

1 **Completa** los casilleros de la tabla:

Número	50%	25%	20%	75%
600				
360				

2 **Completa** los casilleros de la tabla:

100%	40%	25%	20%	75%
200		50		
	24			
				60

3 **Califica** como verdadera(V) o falsa (F) las siguientes proposiciones:

a) 30% + 40% = 70% ( )

b) 3×20% = 60% ( )

c) 70 + 20% de 70 = 120% de 70 ( )

4 Un mueble se ofrece en 350 soles con un descuento del 20%. ¿Cuál es el importe que paga el comprador?

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

5 Adolfo compró un pantalón en 42 soles con un descuento del 30%. ¿Cuál es el precio sin descuento?

8 Un maletín se vende en 77 soles con un descuento del 30%. Entonces:

I. El precio de venta es S/. 77.
II. El descuento fue de S/. 33.
III. El precio sin descuento es S/. 120.

Nivel intermedio

6 Mario compró en 56 soles una camisa que cuesta 80 soles. ¿Qué porcentaje de descuento le dieron?

9 Isabel compró una lavadora en 480 soles y la vendió en 600 soles. Entonces:

I. La ganancia es 120 soles
II. Ganó el 20% del costo
III. Ganó el 20% del precio de venta

7 Mariela compra un horno microondas con el 80% de lo que tenía. ¿Cuánto tenía si le quedan 80 soles?

10 Cuando doña Margarita compra frutas le regalan el 8% de lo que compra, entregándole 81 frutas. ¿Cuántas frutas compra?

Nivel avanzado

11 Una computadora costó S/. 2000. Si se vende ganando el 20% del precio de venta, ¿en cuánto se vende?

12 Si el lado de un cuadrado disminuye en 8%, ¿en qué porcentaje varía su área?

13 El ancho de un rectángulo disminuye en 30% y el largo aumenta en un 40%. ¿Qué pasa con el área?

14 Dos bicicletas se venden a S/. 300 cada una. En una se gana el 20% de su costo y en la otra se pierde el 10% de su precio de venta. ¿Cuánto se gana o se pierde en total?

Tarea

1 Al aumentar mi sueldo en 24% recibo S/. 488. ¿A cuánto asciende mi sueldo sin aumento?

2 De mis 480 soles gasto en ropas el 25% y en comida el 20% del resto. ¿Cuánto me queda?

3 Una camisa se vende en S/. 60, ganando el 20% de su costo. ¿Cuál es el costo de la camisa?

4 Si la base de un rectángulo aumenta en 30% y la altura disminuye en 20%, ¿en qué porcentaje varía el área?

Regla de tres y tanto por ciento

Regla de interés simple

Eleazar ha vendido su motocicleta en 1500 soles y el importe lo ha depositado en una cuenta de ahorros que le paga 8% de interés anual.

Él ha calculado que con el ahorro y los intereses podrá comprar una motocicleta nueva exactamente en 3 años.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuál será el interés ganado en los 3 años y cuánto le costará la motocicleta nueva? _____

El interés es una ganancia o utilidad que se obtiene al prestar una suma de dinero a otra persona o entidad.

1. Elementos de la regla de interés simple

En el problema propuesto vamos a identificar los elementos de la regla de interés:

Los S/. 1500 es el **capital** (C) que es prestado durante 3 años, el **tiempo** (t), al 8% anual, que viene a ser la **tasa** (r).

La **tasa** es porcentual. Indica qué tanto por ciento del capital va a ganar cada cierto periodo de tiempo. Así, 8% anual significa que en un año el interés es el 8% del capital, 9% mensual significa que cada mes el interés es el 9% del capital.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Interés de 1 año es $8\%\times 1500 = 120$.
- Entonces el interés de 3 años es $3\times 120 = 360$ soles.

∴ El interés será de S/. 360 y la motocicleta le costará:

$$1500 + 360 = 1\,850 \text{ soles.}$$

Ten en cuenta

Elementos de la regla de interés

Capital.- Es el dinero que se presta a una persona o entidad para obtener ganancia.

Tiempo.- Es el periodo de duración del préstamo, que puede estar dado en años, meses o días.

Tasa (r).- Es el tanto por ciento de ganancia por unidad de tiempo, que puede ser anual, mensual, bimestral, etc.

Interés (I).- Es la ganancia que se obtiene al prestar o depositar el capital en una entidad financiera.

Monto (M).- Es la suma del capital más sus intereses.

Año comercial

- El año comercial es de 360 días.
- El mes comercial es de 30 días.

2. Fórmulas de interés simple

Un capital C al r% anual, en 1 año gana r%C
En t años gana r%Ct, o sea, I = r%Ct, ordenando:

$$I = \frac{Crt}{100} \begin{cases} t: \text{en años} \\ r: \text{anual} \end{cases}$$

Si en 1 año gana r%C, en un mes gana r%C÷12
En t meses gana r%Ct/12, o sea, I = r%Ct/12:

$$I = \frac{Crt}{1200} \begin{cases} t: \text{en meses} \\ r: \text{anual} \end{cases}$$

Si en 1 año gana r%C, en un día gana r%C÷360
En t días gana r%Ct/360, o sea, I = r%Ct/360:

$$I = \frac{Crt}{36000} \begin{cases} t: \text{en días} \\ r: \text{anual} \end{cases}$$

Ejemplo 1

Mávila le prestó a Elisa 800 soles por 5 meses a una tasa del 6% anual. ¿Cuánto le devolverá Elisa al cabo de los 5 meses?

Resolviendo:

Le devolverá el capital más los intereses.

$$C = 800 \quad r = 6\%\ \text{anual} \quad t = 5\ \text{meses} \quad \begin{cases} I = \dfrac{Crt}{1200} \\ I = \dfrac{800 \cdot 6 \cdot 5}{1200} = 20 \end{cases}$$

$\therefore$ Le devolverá 800 + 20 = 820 soles.

Ejemplo 2

Una financiera paga por los ahorros 15% de interés anual. Olga puso en esta financiera 12 000 soles durante año y medio. ¿Cuánto de interés le pagaron?

Resolviendo:

$$C = 12\,000 \quad r = 15\%\ \text{anual} \quad t = 1{,}5\ \text{años} \quad \begin{cases} I = \dfrac{Crt}{100} \\ I = \dfrac{12000 \cdot 15 \cdot 1{,}5}{100} = 2700 \end{cases}$$

$\therefore$ Le pagaron 2700 soles.

Nivel básico

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

1 ¿Cuál de las siguientes tasas es mayor?

A) 6% anual
B) 6% semestral
C) 6% mensual

2 Si se ahorra 600 soles al 5% anual, entonces:

I. En un año gana S/. 30.
II. En un mes gana S/. 5.
III. En un semestre gana S/. 15.

3 Si un capital se prestara al 10% de interés simple anual, ¿en qué tiempo se duplicaría?

4 ¿En cuál de los siguientes casos un capital produce mayor interés?

A) Impuesto al 6% durante 3 años.
B) Impuesto al 5% durante 4 años.
C) Impuesto al 16% durante 1 año.

5 Si se deposita S/. 1250 a la tasa del 36% anual durante 16 meses, ¿qué interés produce?

8 ¿Durante cuánto tiempo habría que colocar un capital al 20% trimestral para que el monto resulte 4 veces el capital?

Nivel intermedio

6 Miguel deposita un capital al 25% semestral durante 4 años produciendo un monto de S/. 2520. ¿Cuál es el capital?

9 Un capital impuesto al 0,2% diario durante 10 meses produce S/. 2784 más que si se impusiera al 0,2% mensual durante el mismo periodo de tiempo. **Determina** el capital.

7 ¿Durante cuánto tiempo habría que colocar un capital de S/. 1250 al 4% bimestral para que produzca un interés de S/.300?

10 Una persona coloca 3/7 de su capital al 30% mensual y el resto, al 20% mensual, obteniendo luego de tres meses un monto de S/. 121 000. ¿Cuál era el capital inicial?

Nivel avanzado

11 Un personaje tiene un capital de S/. 50000. Invierte 17500 al 4% anual y S/. 20 000 al 5% anual. Si desea obtener una renta anual de 2700 soles, ¿qué porcentaje anual debe ganar el resto de su capital?

12 Los 5/7 del capital al 8% mensual producen en un mes S/. 500 más que el resto al 10% durante el mismo periodo de tiempo. **Halla** el capital.

13 Luis y Pedro disponen de S/. 6 300. Luis coloca su capital al 24% y Pedro al 13%, generando montos iguales al cabo de 5 años. ¿Con qué capital se inició Luis?

14 Un capital impuesto durante dos años produce un interés igual al 10% del monto. ¿Qué porcentaje del monto producirá en 6 años?

Tarea

1 La suma de S/. 15000 se deposita en un banco al 12% de interés semestral. ¿Qué interés se obtiene en 2 años?

2 Un capital se coloca al 25% de interés trimestral. ¿Durante cuánto tiempo habría que colocarlo para que se triplique?

3 Un capital produce el 30% de su valor en 1 año 3 meses, y en 4 años produce S/. 2 880. ¿Cuál es el capital?

4 Dos capitales de mil soles fueron impuestos al mismo tiempo a dos tasas que están en la relación de 5 a 4; después de 4 años se observa que los intereses producidos hasta ese momento suman S/. 1080. ¿Cuáles son las tasas?

5 Después de 10 meses, un capital, que se impuso al 5% de interés mensual, se transformó en 12 000 soles. ¿Cuál es el capital?

GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 7

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Si Manuela realiza una venta de 500 soles ganando 30% de comisión, ¿cuál es su comisión en soles?

A) S/. 150 B) S/. 120 C) S/. 130 D) S/. 60

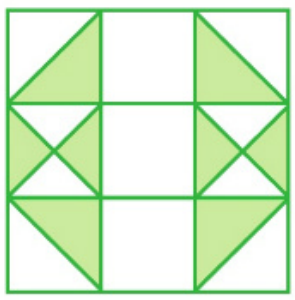
2 Rodolfo compra Lapiceros a S/. 4,00 cada uno y los vende a S/. 6,00 cada uno. ¿Cuál es el porcentaje de su ganancia?

A) 20% B) 30% C) 40% D) 50%

3 En un campamento de 25 niños hay provisiones para 30 días. ¿Para cuántos días habrá comida si se incorporan 5 niños a la acampada?

A) 30 días B) 20 días
C) 15 días D) 25 días

4 En la figura, ¿qué tanto por ciento de la región sombreada es el área de la región no sombreada?



A) 50%

B) 100%

C) 150%

D) 200%

5 La profesora Charito ha obtenido los siguientes datos del examen de matemática de sus alumnos.

	Número de alumnos	%
Aprobados	30	
Desaprobados	10	

¿Cuál es la diferencia entre los porcentajes aprobados y desaprobados?

A) 65% B) 50% C) 20% D) 75%

6 Si 12 vacas se comen un granero lleno de paja en 80 días, calcula cuánto tardarían en hacerlo 30 vacas.

A) 32 días B) 39 días
C) 50 días D) 120 días

7 Doce limpiadores barren un teatro en 4 horas. ¿Cuántos limpiadores hacen falta para hacerlo en 6 horas?

A) 10 B) 8 C) 12 D) 9

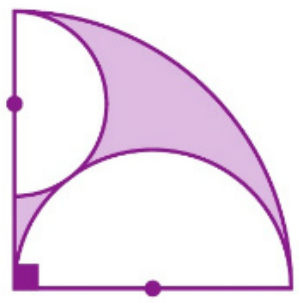
8 Cuando a un barril le falta el 30% para estas llenó contiene 30 litros más que cuando está lleno el 30%. ¿Cuál es la capacidad del barril?

A) 60 L B) 30 L C) 40 L D) 75 L

9 En una noche de mucho trabajo, un Valet Parking estacionó 320 coches. El 20% de los clientes le dio S/10 de propina, la mitad del 50% de los restantes le dio S/. 20 y el resto no le dio nada ¿Cuánto ganó?

A) 640 B) 1680 C) 1920 D) 1290

10 En la figura mostrada, ¿qué porcentaje del área de la región total representa el área de la región sombreada?.



A) 50%

B) 100 %

C) 25%

D) 40%

11 ¿Qué interés produce 1200 soles al 5% anual en 6 meses?

A) S/. 30 B) S/. 20 C) S/. 25 D) S/. 60

12 Un taller de ebanistería puede entregar un pedido en 6 días, si trabaja 8 horas diarias. ¿Cuántas horas diarias deberá trabajar para entregar el pedido en 3 días?

A) 16 h B) 15 h C) 3 h D) 9 h

13 En una ciudad de 24 500 habitantes, el 68% está contento con la gestión municipal, el resto desaprueba la gestión. ¿Cuántos ciudadanos desaprueban la gestión municipal?

A) 7840 B) 7540 C) 7480 D) 7284

14 Si un melón y medio cuesta un dólar y medio. ¿Cuánto costarán 3 melones y medio?

15 5 personas cazan 5 animales en 5 días. ¿Cuántas personas cazarán un animal en un día?

16 Si para pintar 180 metros de pared se necesitan 24 kg de pintura, ¿cuántos kg se necesitarán para pintar una superficie de 270 metros?

17 Para tejer 96 metros de una tela se necesitan 30 kg de lana. ¿Cuántos kg se necesitarán para tejer una tela que mide 160 metros?

18 Un corredor de maratón ha avanzado 2,4 km en los 8 primeros minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad, ¿cuánto tardará en completar los 42 km del recorrido?

19 Estando de viaje por un país del norte, compré un gorro que tenía un descuento del 35%. Si por el gorro pagué 58,50 dólares, ¿cuánto costaba antes de la rebaja?

20 El gasto de electricidad de este mes es de 90 soles. Al recibir la factura tengo que pagar además el 18 % de IGV. ¿Cuál es el coste total de la factura?

21 El estadio Monumental tiene una superficie de 7 140 metros cuadrados. Para cortar su césped se emplean 3 máquinas cortacésped funcionando durante 5 horas. ¿Cuánto tiempo se requiere para cortar el césped de un estadio cuya superficie sea la mitad si se emplean 7 máquinas?

22 Manuel ha invertido el 20% de su capital por el cual le pagan el 30% anual. Si su ganancia anual es de S/. 1800, ¿a cuánto asciende su capital?

23 Una compañía dispone de 5 máquinas de refresco que llenan 280 botellas que se venden por un total de 400 soles. Si la compañía compra 3 nuevas máquinas embotelladoras para ganar un total de 550 soles, ¿cuántas botellas deben llenar?

24 Un buque de carga realiza un viaje en 24 días con tan solo 3 motores encendidos con un consumo total de 2000 L de petróleo. Si se encienden sus 6 motores para realizar un viaje con un consumo total de 3000 L, ¿cuánto dura el viaje?

25 Si 8 obreros, trabajando 6 horas por día, levantan un muro de 30 m en 9 días, ¿cuántos días necesitarán 10 obreros, trabajando 8 horas diarias, para levantar los 50 m de muro que faltan?

26 He comprado placas solares para calentar el agua. Su precio está marcado en 3 850 soles. Como compro directamente de la fábrica, me rebajan el 40 %, y cuando ya tengo el precio rebajado tengo que pagar el 18 % de IGV por factura. ¿Cuánto me cuestan al final las placas solares?

27 Carmela ha depositado en el banco 2400 soles al 8% de interés anual. A los dos años retiró el capital más los intereses generados. ¿Cuánto retiró Carmela?

28 Sebastián impone 2400 en un banco que le paga 9% de interés anual. Al año y medio retira los intereses y con este dinero compra una cocina para su mamá y le quedan 4 soles. ¿Cuánto costó la cocina?

29 Calcula el interés que produce 6000 soles al 15% en dos años y 5 meses.

Autoevaluación

1 Si por una prenda de ropa que costaba 180 soles he pagado 126 soles, ¿qué porcentaje de descuento me han hecho?

2 En una votación participan 3500 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 1225 personas?

3 El año pasado, una empresa cubana de producción de azúcar contrató 20 operarios que recolectaron al día 100 kg de caña en promedio por persona durante dos semanas. Calcula cuántos operarios debe contratar este año para que en una semana recolecten 4 000 kilos en total.

4 Para hacer una torta de queso de 3 kilos hemos de utilizar 1,20 kilos de queso. ¿Cuánto queso hemos de utilizar para hacer una torta de 4,5 kilos?

5 Once obreros labran en 6 días un campo rectangular de 220 m de largo y 48 de ancho. ¿Cuántos obreros serán necesarios para labrar en 5 días otro campo análogo de 300 m de largo por 56 m de ancho?

6 Con la idea de comprarse una bicicleta, Guillermo ha ahorrado durante un año 2000 soles con una tasa de interés del 8% anual. Después de retirar los intereses fue a comprar la bicicleta y como había subido de precio le faltaban 45 soles para comprar. ¿Cuánto cuesta la bicicleta?

8 Estadísticas y probabilidades

La estadística nos permite cuantificar y calificar diversos fenómenos, por ejemplo, las preferencias por los cursos, las tardanzas de los estudiantes, el rendimiento académico, etc.

Respetamos las creencias de los demás

Las creencias son como los bienes materiales de una persona. Ella las adquiere, las conserva y las defiende. Entonces se debe respetar las creencias, pero nadie está obligado a aceptarlo ni eximido de criticar o plantear su punto de vista divergente.

Muchas creencias provienen de los antepasados o de la cultura de donde provienen y forman parte de las conductas expresadas individual o socialmente.

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre (Estadística y probabilidades)	
Capacidades	**Desempeños**
Expresa los datos en tablas de distribución de frecuencias.	Gestiona datos y las organiza en tablas de distribución de frecuencias.
Representa los datos estadísticos mediantes distintos tipos de gráficos estadísticos.	Representa los datos estadísticos mediante distintos tipos de gráficos estadísticos.
Usa estrategias para resolver problemas de medidas de tendencia central	Usa estrategias para resolver problemas de medidas de tendencia central.
Interpreta y explica las particularidades y característica resaltantes de los gráficos estadísticos	Interpreta y explica las particularidades y característica resaltantes de los gráficos estadísticos.

Tabla de distribución de frecuencias

Regla de tres y tanto por ciento

Con el fin de abrir un colegio particular en una urbanización, el profesor Willy ha hecho una encuesta sobre el ingreso de 50 padres de familia de la zona, con los siguientes resultados: 4 padres ganan 1200; 12 padres, 1500; 18 padres 1800; 10 padres 2100 y 6 padres, 2400.

VIDEO DE TEORÍA

Con los datos elabora una tabla de frecuencias.

La Estadística es una rama de las matemáticas aplicadas que se encarga de recopilar datos, ordenarlos y presentarlos para el análisis y la comprensión de la variable que se pretende estudiar.

1. Conceptos básicos de Estadística

- **Población:** Es el conjunto de individuos con características comunes que se desea estudiar. Por ejemplo, la deserción escolar en los colegios estatales.
- **Muestra:** Es un subconjunto representativo de la población, escogido para obtener información de la población. Por ejemplo, los colegios con una población mayor a 1000 estudiantes.
- **Variable estadística:**

  Es una característica observable en la población y puede ser:

  a) **Cuantitativa.-** Cuando la característica se puede medir o cuantificar, como los pacientes con cáncer, el peso de los niños de 5 años, etc.

  b) **Cualitativa.-** Cuando la característica es una cualidad, como el estado civil, el sexo, la ocupación, etc.

2. Tabla de distribución de frecuencias

Es una forma de organizar sistemáticamente los datos de la muestra.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Elaboremos la tabla de frecuencias:

¿Cuáles son los ingresos?	¿A cuanto corresponde cada ingreso?	¿Qué parte del total son?	¿Qué porcentaje del total son?
Datos (x_i)	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia relativa (h_i)	Frecuencia relativa porcentual ($\%h_i$)
1 200	4	0,08	8%
1 500	12	0,24	24%
1 800	18	0,36	36%
2 100	10	0,20	20%
2 400	6	0,12	12%
Total	**50**	**1,00**	**100%**

Ten en cuenta

Frecuencia absoluta (f)
Es el número de veces que se presenta un dato. Su total es el número de datos o tamaño de la muestra (n).

Frecuencia relativa (h)
Es el cociente de la frecuencia absoluta entre el número de datos. Su suma es 1.

Frecuencia relativa porcentual (%h)
Es la frecuencia relativa expresada en términos porcentuales. Su suma es 100%.

Frecuencia acumulada (F)
Suma de la frecuencia absoluta más las anteriores.

Nivel básico

Enunciado 1

De acuerdo a esta tabla, responde las siguientes preguntas:

x_i	f_i
2	3
4	6
6	12
8	9

1 ¿Cuál es el valor de x_2?

2 **Determina:** $x_3 + f_2$.

3 **Calcula** $h_2 + h_4$.

4 Para saber qué edad tienen los alumnos de tu salón:

I. Es necesario tomar una muestra aleatoria.

II. Es suficiente preguntar a todos por su edad.

III. Se puede elaborar una tabla de frecuencias.

Justifica tu elección.

5 Si en el colegio quisiéramos tomar una muestra para saber cuántos alumnos han padecido sarampión, ¿cuál sería la población?

Nivel intermedio

Enunciado 2

A los docentes de un colegio se les ha preguntado por su estado civil, y con los datos se ha elaborado la siguiente tabla.

Completa la tabla con las frecuencias relativas y las frecuencias relativas porcentuales.

Estado Civil	Frecuencia
Soltero	15
Casado	16
Viudo	5
Divorciado	4

6 ¿Cuántos docentes fueron consultados?

7 ¿Cuál es el estado civil con mayor frecuencia?

8 ¿Qué porcentaje de los docentes son solteros?

Enunciado 3

Se ha encuestado a 50 personas sobre qué deporte practican. Los resultados se muestran en la tabla:

Completa la tabla con las frecuencias relativas y las frecuencia relativas porcentuales.

Deporte	N° personas
Fútbol	16
Vóley	11
Básquet	6
Natación	4
Otros	13

9 ¿Qué porcentaje de los encuestados practica fútbol?

10 ¿Cuál es la frecuencia relativa de natación?

Nivel avanzado

Enunciado 4

Las edades de 40 niños, menores de 6 años, atendidos en un centro médico fueron los siguientes:

2	3	4	2	2	2	5	3	5	1
5	2	3	1	1	4	2	1	2	2
2	1	4	2	3	2	5	2	1	4
1	2	3	2	1	3	5	1	5	2

11 **Elabora** una tabla de distribución de frecuencias donde aparezcan las frecuencias relativas.

12 ¿Qué porcentaje de los niños son de 1 año?

13 ¿De qué edad hay más niños?

14 ¿Qué porcentaje de los niños tiene menos de 5 años?

Tarea

Enunciado

Para elegir el delegado del salón se ha realizado una votación por tres candidatos: Ana (A), Delia (D) y Julio (J).

El sistema de votación fue el siguiente: A cada uno de los alumnos de la clase se le fue preguntando por quién va a votar y las respuestas fueron las siguientes:

A	D	A	J	A
D	J	A	A	D
J	A	J	J	J
A	D	A	A	D
D	J	J	J	J
A	D	A	J	A

1 **Elabora** una tabla de distribución de frecuencias.

2 ¿Cuántos votaron en total?

3 ¿Quién ganó la elección?

4 ¿Con qué porcentaje de votos fue elegido el ganador?

Gráficos estadísticos

Tabla de distribución de frecuencias

Sabores (x_i)	Frecuencia (f_i)
Chocolate	6
Fresa	5
Lúcuma	4
Vainilla	4
Menta	1

Marlene ha hecho una encuesta sobre las preferencias de 20 alumnos por los sabores de helados. Con los datos obtenidos ha elaborado una tabla de distribución de frecuencias que se muestra al lado.

VIDEO DE TEORÍA

Representa los datos de la tabla mediante gráficos de barras, lineal, circular y mediante pictogramas.

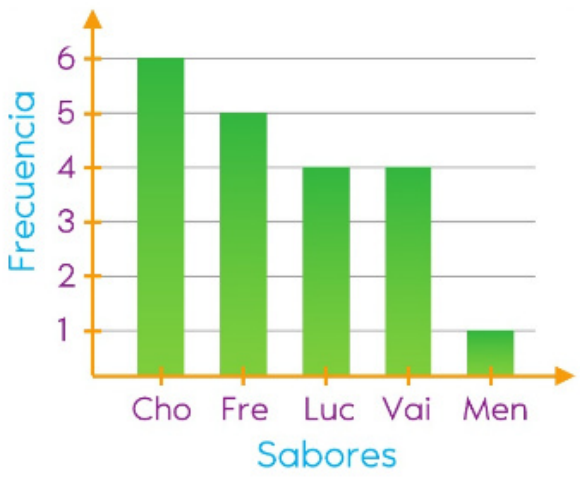
Los gráficos estadísticos son representaciones de los datos estadísticos donde se puede visualizar mejor las particularidades de los datos.

Entre los gráficos estadísticos tenemos el gráfico de barras (verticales y horizontales), el gráfico lineal, el circular y los pictogramas.

a) Gráfico de barras verticales

La frecuencia de cada variable estadística es representada mediante una barra vertical cuya altura es proporcional a la frecuencia.

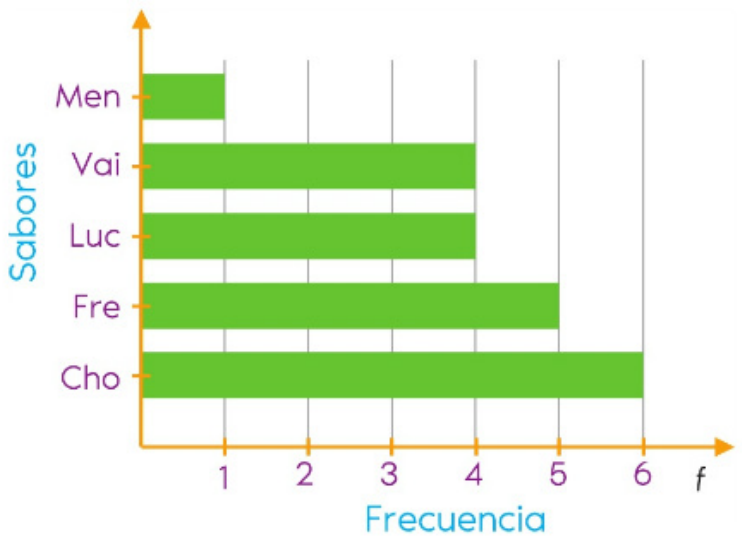
En el eje horizontal van las variables estadísticas y en el vertical, la frecuencia.



b) Gráfico de barras horizontales

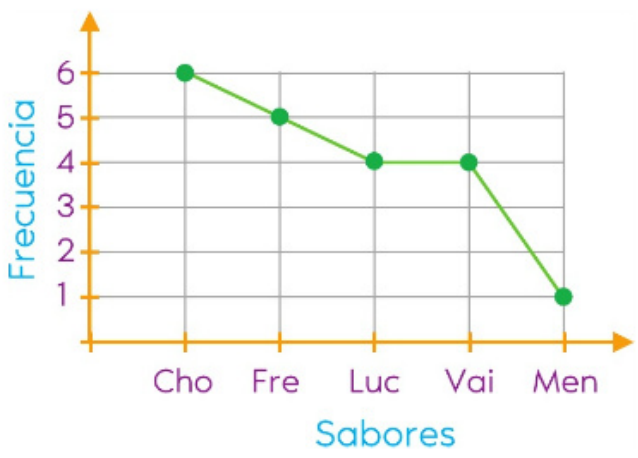
La frecuencia de cada variable estadística es representada mediante una barra horizontal cuya longitud es proporcional a la frecuencia.

En el eje vertical van las variables estadísticas y en el horizontal, la frecuencia.



c) Gráfico de líneas

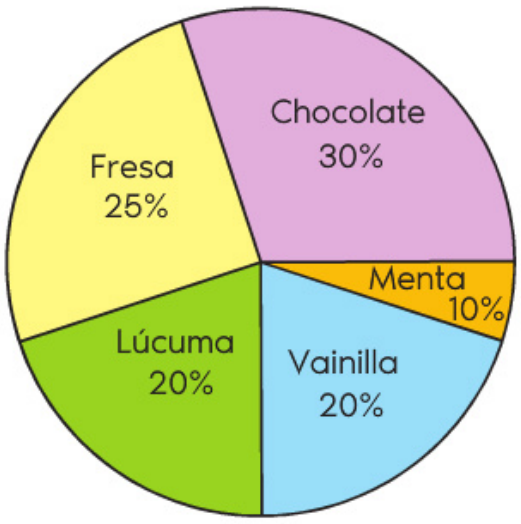
En el eje de abscisas se representan las variables estadísticas, y la frecuencia correspondiente se representa mediante un punto. El gráfico se obtiene uniendo los puntos con segmentos de recta.



d) Gráficos circulares

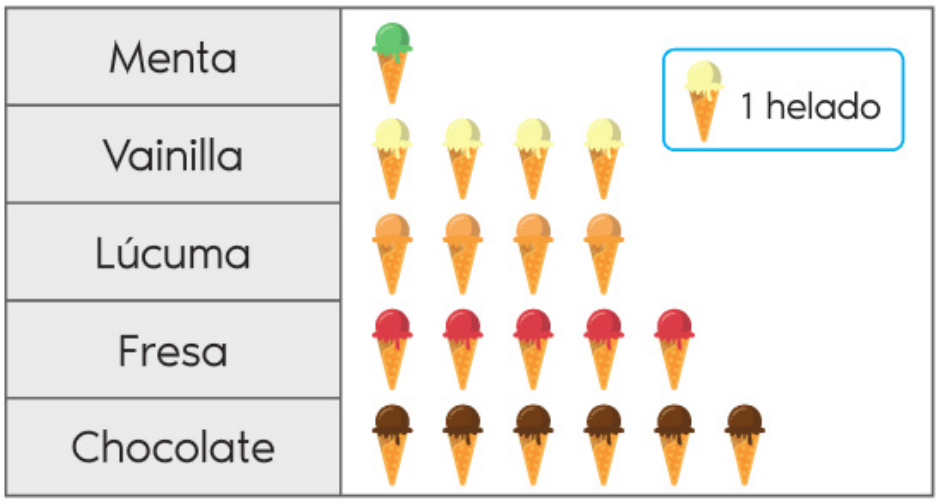
Cada variable estadística se representa mediante sectores circulares cuyo ángulo central es proporcional a la frecuencia. El ángulo central se obtiene multiplicando 360° por la frecuencia relativa.

x_i	f_i	h_i	$\%h_i$	$360°\times h_i$
Chocolate	6	0,30	30%	108°
Fresa	5	0,25	25%	90°
Lúcuma	4	0,20	20%	72°
Vainilla	4	0,20	20%	72°
Menta	1	0,10	5%	18°
Total	**20**	**1,00**	**100%**	**360°**

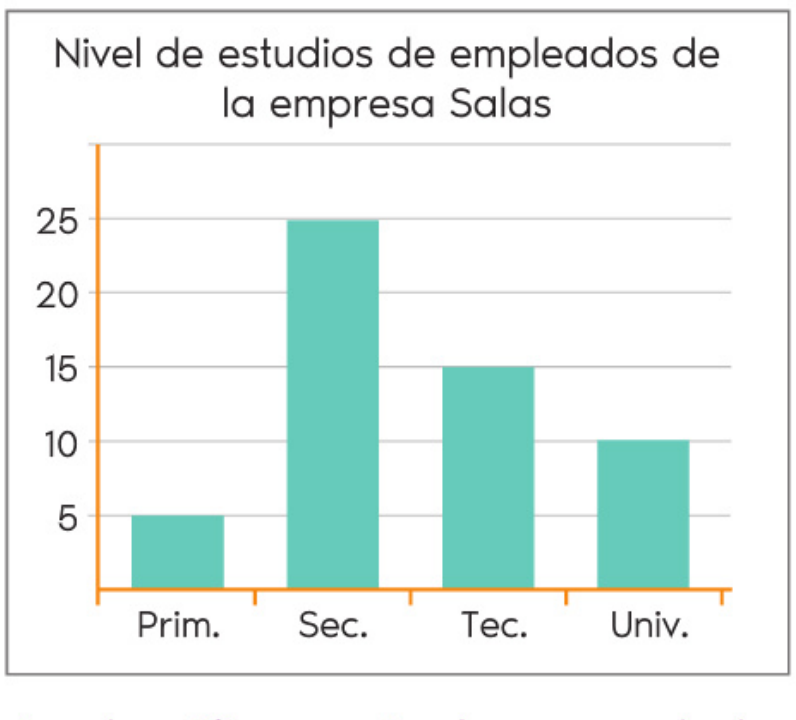


e) Pictogramas

En los pictogramas, las frecuencias se representan con dibujos o íconos alegóricos de las variables que se estudian.



Enunciado 1



Según el gráfico mostrado, responde las siguientes preguntas:

Nivel básico

1 ¿Qué grado de instrucción tiene la mayoría de los empleados?

2 **Completa** las siguientes oraciones:

a) Hay _____ empleados con secundaria más que con primaria.

b) Entre técnicos y universitarios hacen _____ empleados.

c) Por cada 3 técnicos tiene _____ universitarios.

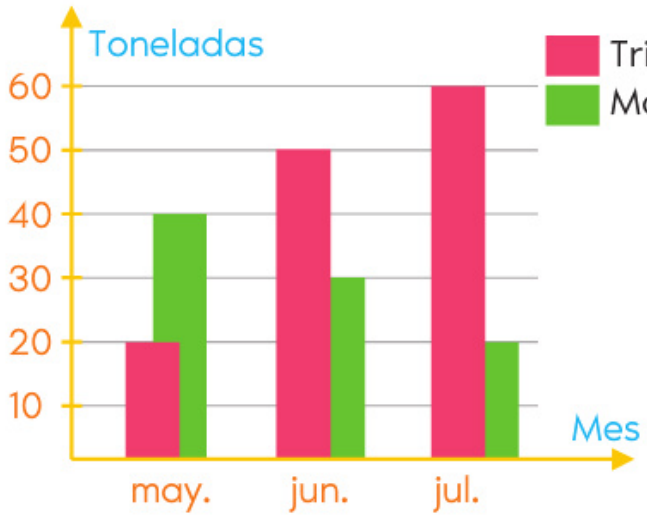
3 ¿Cuántos empleados tiene la empresa?

4 ¿Qué porcentaje de empleados tiene solo estudios primarios?

5 ¿Qué porcentaje de los empleados son los técnicos?

Enunciado 2

El gráfico muestra la producción (en toneladas) de cereales durante 3 meses.



Nivel intermedio

6 Respecto al gráfico se puede afirmar que:

I. En los tres meses se produjo tanto trigo como maíz.

II. En mayo se produjo tanto trigo como maíz en julio.

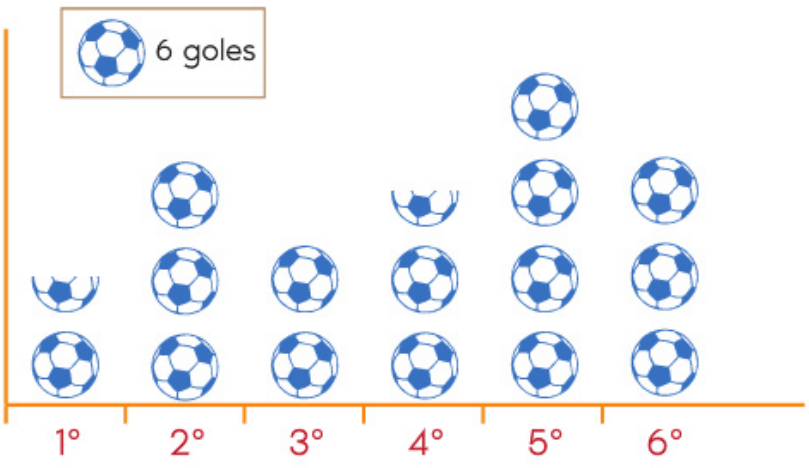
III. En los 3 meses se produjo 220 toneladas de los dos cereales.

7 ¿En qué porcentaje disminuyó, de junio a julio, la producción de trigo y la de maíz?

8 Si en junio la tonelada de trigo costaban en S/. 1500 y la de maíz S/. 1600, ¿cuál fue la producción del mes en soles?

Enunciado 3

Número de goles por grado en el campeonato escolar de primaria

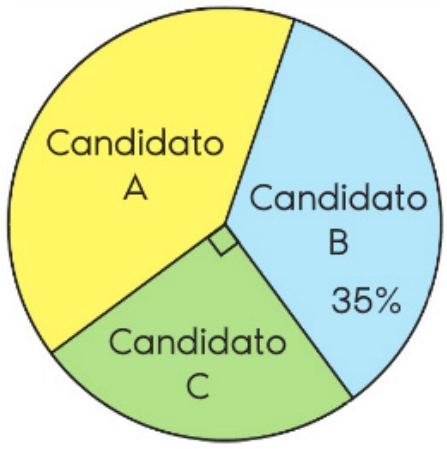


9 Representa los datos del pictograma en un gráfico de barras horizontales.

10 ¿Cuántos goles se convirtieron en el campeonato?

Enunciado 5

Se ha hecho un estudio sobre la intención de voto en una ciudad de 4 000 habitantes. Los resultados se muestran en el gráfico circular.



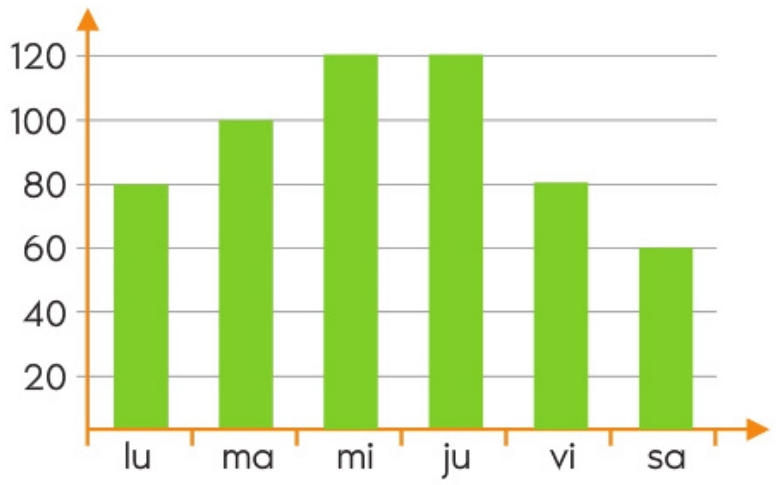
Nivel avanzado

11 ¿Qué porcentaje de votantes tiene el candidato A?

12 En una votación, ¿cuántos votos obtendría el candidato A?

13 En una votación, ¿cuántos votos obtendría el candidato ganador?

14 El gráfico muestra el número de almuerzos menú vendidos por la señora Natalia en una zona industrial durante una semana.

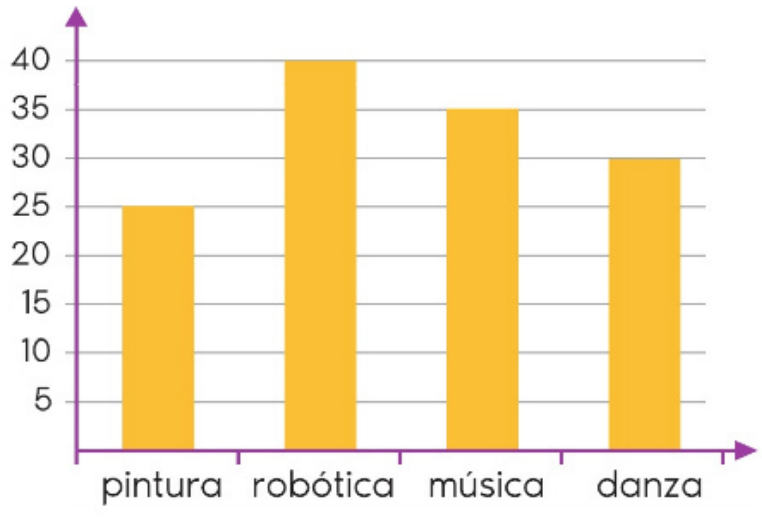


Si el menú lo vende a S/. 8, ¿cuánto obtuvo durante la semana?

Tarea

Enunciado

El colegio Virgen Dolores ha realizado un programa de vacaciones útiles. El número de participantes de cada área se muestra en el siguiente gráfico:



Con los datos del histograma mostrado, **elabora:**

1. Una tabla de distribución de frecuencias.
2. Un gráfico de barras horizontales.
3. Un diagrama circular.
4. Un pictograma.

Medidas de tendencia central

Tabla de distribución de frecuencias

Las notas bimestrales de Alfredo, en matemáticas, son 11; 12; 13 y 11. Su mamá le ha prometido comprarle una laptop si aprueba matemática con 14.

El último mes del año la profesora le ha propuesto dar una prueba final para que sustituya la nota bimestral más baja.

VIDEO DE TEORÍA

Elabora:

¿Cuánto debe sacar en la prueba final si quiere que su padre le compre la laptop? _____

Promedio

Se denomina promedio a una cantidad capaz de representar un conjunto de cantidades. Un promedio es una medida de tendencia central porque es un valor intermedio entre los valores extremos. Existen varias formas de calcular el promedio, las más comunes son la media, la mediana y la moda.

a) Media aritmética o simplemente media o promedio ($\overline{x}$)

La media aritmética de un conjunto de datos es igual a la suma de todos los datos dividida entre el número de los mismos.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n}{n}$$

suma de datos; media; Número de datos

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Para que el promedio sea 14 las 4 notas deben sumar $4 \times 14 = 56$
- La nota que será sustituida es 11, y las notas restantes suman: $12 + 13 + 11 = 36$
- Para que la suma total sea 56, la nueva nota debe ser $56 - 36 = 20$

$\therefore$ En la prueba final debe obtener 20.

b) Mediana (Me)

Para obtener la mediana se debe ordenar los datos de menor a mayor. La mediana es el dato central y si el número de datos es par, es la media de los datos centrales.

Ejemplo 1

Santos trabaja como técnico en un centro de salud. Él, aparte de otros datos, anota las edades de los pacientes. En su apunte del turno mañana, las edades son: 45; 10; 27; 60; 55; 42 y 14; en el turno tarde ha anotado: 17; 8; 3; 72; 5; 35; 60 y 9. ¿Cuál es la mediana de los datos de cada turno?

Resolviendo:

- Turno mañana: 3 datos | 3 datos — 10 14 27 **42** 45 55 60 ← 7 datos

  Me = 42

- Turno tarde: 3 datos | 3 datos — 3 5 8 **9 17** 35 60 72 ← 7 datos

  Me = $(9 + 17) \div 2 = 26 \div 2 = 13$

c) Moda (Mo)

La moda de un conjunto de datos es el dato que más se repite. Cuando hay dos datos que se repiten más que las demás y en igual cantidad de veces, se dice que el conjunto de datos es bimodal.

Ejemplo 2

En una conferencia para empleados públicos, Elisa ha preguntando por su sueldo a 10 empleados y ha obtenido los siguientes datos en soles: 1500; 3000; 2300; 3200; 2400; 4200; 3000; 2400; 4200; 3000. Determina la moda.

Resolviendo:

1500 3000 2400 3200 2400 4200 3000 2400 4200 3000 $\Rightarrow$ Mo = 3000

Nivel básico

1 Graciela quiere poner una panadería en su barrio, y por eso realiza una encuesta en la que una de las preguntas es: ¿Cuántos panes consume su familia al día? Ella usa la moda de los datos para redactar su informe. Si los datos fueron: {12; 8; 4; 8; 8; 9; 6; 8; 5; 4; 7}, ¿Cuál es su conclusión?

2 Fernando ha obtenido las siguientes notas en una de las asignaturas que estudia {12; 8; 11; 13}. ¿Cuál debe ser su quinta nota para obtener un promedio de 13?

3 El Dr. Castro está estudiando la edad en la que las mujeres entran en la menopausia. Entre las pacientes que atiende obtuvo los siguientes datos {49, 53, 30, 55, 47, 48, 51, 54} . El Dr. tuvo que utilizar la técnica de la mediana porque existía dentro de la muestra un dato atípico. ¿Cuál es la mediana de los datos y cuál el dato atípico?

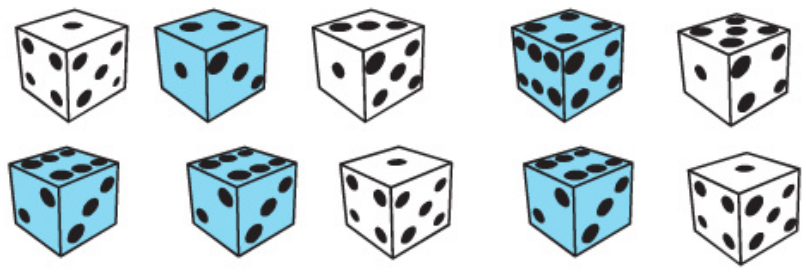
4 Sandra ha realizado un estudio sobre la edad a la que los estudiantes ingresan a la universidad y obtuvo los siguientes datos {18; 20; 15; 16; 17; 16; 20; 19; 18 y 16}. Determina la moda, la mediana y la media de los datos.

Genio Matic

5 El profesor Arístides es director de una UGEL y necesita hacer un informe sobre el promedio de estudiantes por salón en primaria. Luego de visitar algunos colegios obtuvo los siguientes datos {28; 35; 20; 35; 38; 29; 32; 35; 25; 38 }. **Determina** la media, la moda y la mediana de los datos.

Nivel intermedio

6 **Observa** los diversos resultados de los dados:



y **halla** la mo, la me y el $\overline{x}$.

7 **Completa** el cuadro y **halla** la media de las notas.

Notas	f_i	F_i	$\%h_i$
50	24		
58			15%
60			30%
64		100	

8 Los siguientes datos corresponden a los gastos de un estudiante durante 4 semanas de Lunes a Viernes.

4 5 8 10 11 6 7 8 10 8
6 10 9 8 10 7 8 9 6 5

Halla la mo, la me y el $\overline{x}$.

9 **Completa** el cuadro y **halla** la media.

Peso(kg)	f_i	F_i	h_i
84			0,32
76	96		
65		200	

10 **Completa** el cuadro.

Edades	$\overline{x}$	me	mo
1; 2; 4; 4; 4; 5; 6; 8 10; 10; 11; 11; 11; 12; 13; 13; 15			

Nivel avanzado

11 **Halla** la media aritmética de los datos del cuadro.

Gastos diarios	f_i	h_i
20	16	0,20
25		0,35
30		0,15
50	24	

12 Se tienen las edades de 8 hermanos que incluye mellizos y trillizos, ordenados de menor a mayor.

11; 11; a; a; b; b; b; 15

Si la mediana y la media es 12,5, **halla** la moda.

13 Al completar el cuadro:

N° hijos	f_i	F_i	h_i
0	2		
1	b		0,25
2	a		
3	a		0,20
4	b		

halla la mo + $\overline{x}$.

14 Zaída obtuvo las notas {12; 15; 10; 14 y 16} en sus prácticas calificadas de matemáticas. Ella tiene la opción de dar una sexta práctica para sustituir la nota más baja. ¿Cuál debe ser esta nota para que obtenga un promedio de 15?

Tarea

1 Las edades de los hijos de Rosario son {6; 8; 12; 14; 15}. ¿Cuál es la mediana y la media de las edades?

2 José es el encargado del control de calidad en una empresa de quesos y debe verificar el peso en gramos de una muestra de 10 quesos. Los datos que obtuvo son {520; 450; 480; 510; 490; 500; 515; 495; 480; 530}

Determina la moda, la mediana y la media.

3 Se ha entrevistado a 20 familias sobre la cantidad de días que comen carne durante una semana.

2 ; 4 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 0 ; 1 ; 2 ; 4
2 ; 1 ; 0 ; 2 ; 4 ; 3 ; 3 ; 2 ; 1 ; 3

Halla la media y la mediana.

4 El cuadro muestra los pesos de los alumnos del 5to grado.

Peso en kg	50	55	60	65
N° alumnos	8	10	20	12

¿Cuál es el peso promedio?

Reforzando - Unidad 8

1 La tabla muestra el tiempo que chatea Nora con sus amigos durante un día.

Horario	Tiempo
Mañana	1,5
Tarde	2
Noche	2,5

¿Cuántas horas chatea durante todo el día?

A) 4 h B) 5 h C) 5,5 h D) 6 h

2 La tabla muestra las notas finales de matemáticas de cuatro alumnos, cuyo promedio es 12, pero se olvidaron de poner la nota de Elías. ¿Cuál es la nota de Elías?

Ana	Sara	Elio	Elías	Media
12	14	16		13

A) 10 B) 11 C) 12 D) 09

3 Raúl y Patricia han averiguado el número de estudiantes que hay en cada grado de primaria de su Institución Educativa y han elaborado el siguiente gráfico:

¿Cuál es la diferencia del total de estudiantes con los del 5° grado?

A) 70 B) 67 C) 62 D) 80

4 En la posta médica de Canto Grande se hizo un estudio para conocer el tipo de sangre que tiene cada uno de los estudiantes y en el cuadro figuran las referencias. La diferencia de porcentaje entre el total y los del grupo sanguíneo O es:

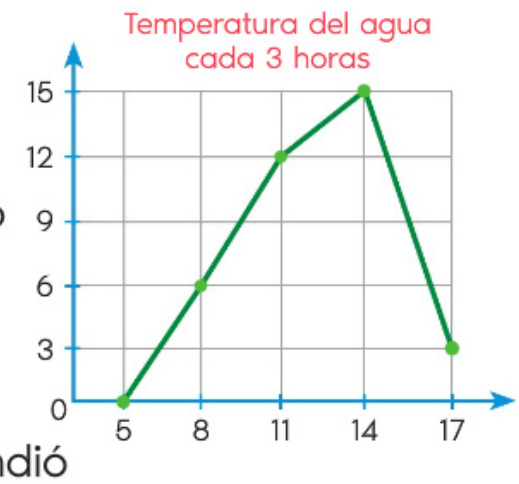
Olimpiadas nacionales e internacionales

Grupo sanguíneo	Porcentaje
A	40%
B	12%
AB	4%
O	44%
TOTAL	100%

A) 46 B) 36 C) 56 D) 26

5 Pedro está preparando un experimento. Él ha dejado en el patio un recipiente con agua, y como el agua se calienta poco a poco con el calor del sol, mide la temperatura cada tres horas.

Con los datos se construyó el siguiente gráfico lineal.



Responde:

a) ¿A qué hora realizó Pedro la primera medición?

b) ¿Hasta qué grado descendió la temperatura a las 17 horas de la tarde?

A) 8:00 am y 3°C B) 5:00 am y 15 °C
C) 8:00 am y 14 °C D) 5:00 am y 3° C

6 Analiza el pictograma y responde:

Rendimiento de los trabajadores de una fábrica	
Excelente	5
Bueno	11
Regular	7
Deficiente	2

Representa 5 trabajadores

¿Cuántas personas trabajan en la fábrica? ¿Cuántas realizan un trabajo deficiente? ¿Cuántas personas más tienen un rendimiento bueno que regular? Marca la alternativa correcta.

A) 130; 10; 25 C) 130; 10; 30
B) 180; 10; 25 D) 130; 10; 35

7 Se ha lanzado un dado con las caras numeradas del 1 al 6 y se han obtenido los siguientes resultados: 1, 3, 4, 3, 5, 3, 2, 6, 4, 2, 2, 1, 5, 1, 6, 3, 3, 4, 1, 5. Efectúa el recuento y forma la tabla estadística de las frecuencias absolutas y relativas.

8 En un supermercado han hecho un estudio sobre el tipo de refrescos vendidos en un día y han obtenido:

Tipo	# de botes vendidos
De naranja	150
De limón	200
De cola	400
Otros	50

Representa el estudio en un diagrama de sectores.

9 Félix ha hecho un estudio estadístico del peso y la talla de los miembros de su familia:

	Padre	Madre	Ana	María	Félix
Peso	82	60	52	56	75
Talla	1,75	1,68	1,65	1,68	1,80

Construye los diagramas de barras correspondiente al peso y a la talla.

10 Se ha hecho una encuesta sobre las actividades de ocio preferidas por los alumnos de una clase, y se ha obtenido la siguiente tabla:

Tipo	N° de Alumnos
Lectura	5
Cine	8
TV	18
Charlar	10

a) Forma la tabla estadística de las frecuencias absolutas y relativas.

b) Representa los datos en un diagrama de barras.

11 Se ha lanzado una moneda con cara (c) y sello (s) y se han obtenido los siguientes resultados: c, c, c, s, c, s, s, s, c, s, c, s, c, c, s .

Efectúa el recuento y forma la tabla estadística de las frecuencias absolutas y relativas .

12 La tabla muestra el resultado de la encuesta que hizo Rosa acerca de la fruta favorita de los estudiantes de su aula. Elabora un gráfico de sectores.

Fruta	Cantidad de estudiantes
Plátano	25
Manco	15
Manzana	20
Naranja	30

13 En clase, ante la pregunta, ¿cuál es tu deporte preferido?, hemos obtenido los siguientes resultados: 16 el fútbol, 10 el baloncesto, 5 la natación, 7 atletismo y 2 montañismo. Expresa estos datos mediante un diagrama de sectores.

14 Un camión de la central lechera va a diario a una granja a recoger leche. Las cantidades recogidas durante la mañana han sido, lunes: 79 L; martes: 84 L miércoles: 72 L ; jueves: 88 L ; viernes: 81 L ; sábado: 76 L ; domingo: 82 L.

a) Representa los datos en una gráfica de barras.

b) Calcula la mediana y la producción media diaria.

15 Martín corre 120 metros en 15 segundos, es decir, a 8 m/seg; Miguel corre a 120 metros en 10 segundos, es decir, a 12 m/s. ¿En qué tiempo recorrerá Daniel 120 metros, si su velocidad es el promedio de las de Martín y Miguel?

16 Lourdes viaja de Lima a su pueblo a una velocidad de 90 km/h y regresa a la velocidad de 60 km/h. ¿Cuál fue el promedio de su velocidad en el viaje de ida y vuelta, si su pueblo está a 120 km de la ciudad?

17 El salario medio mensual en una determinada empresa, cuyo personal está formado únicamente por técnicos y operarios, es 1820 soles. Si el salario medio mensual de los técnicos es 2100 soles y el de los operarios, 1700 soles, ¿cuál es el porcentaje de operarios empleados?

Autoevaluación

1 Preguntamos por sus notas en matemáticas a 20 estudiantes y obtuvimos las siguientes repuestas:

12; 14; 17; 15; 15; 14; 13; 12; 14; 16;
15; 17; 13; 1 4; 12; 15; 15; 14; 16; 14

Elabora una tabla de frecuencias absolutas y relativas. Además, calcula la media, la moda y la mediana.

2 En una región de la selva, se ha contabilizado el número de árboles talados de 4 especies y se encontró que se talaron 240 cedros, 420 caobas; 360 copaibas y 480 tornillos. Elabora una tabla de frecuencias y un pictograma.

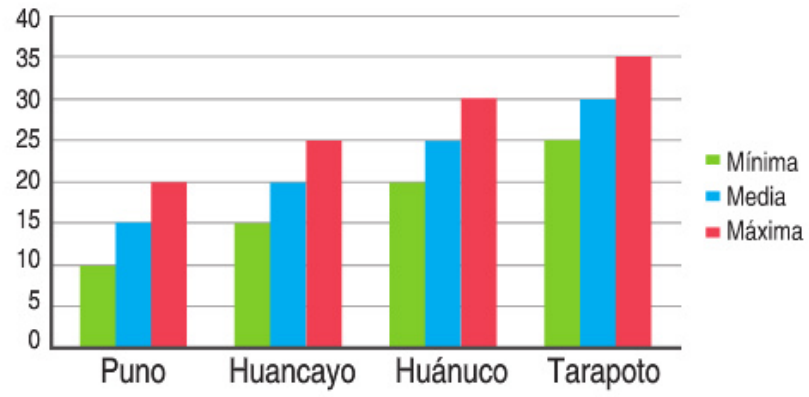
3 La siguiente tabla muestra el deporte que prefieren practicar 40 estudiantes.

Deporte	Frecuencia
Baloncesto	10
Balonvolea	1
Fútbol	20
Tenis	5
Ajedrez	4

a) Calcula las frecuencias relativas y porcentuales de esta distribución y explica por qué carece de sentido hallar las frecuencias acumuladas.

b) Elabora un gráfico de barras horizontales.

4 El gráfico corresponde a las temperaturas registradas en 4 localidades en el mes de diciembre.



a) ¿Qué ciudad es más calurosa?

b) ¿En qué ciudad la temperatura máxima es de 30 °C?

c) Calcula el promedio de las temperaturas máximas de las 4 ciudades.

5 Estas son las edades de 20 pacientes atendidas en una posta médica:

10; 14; 17; 25; 25; 14; 13; 32; 64; 12
44; 17; 13; 14; 25; 15; 28; 14; 56; 14

Calcula la media, la moda y la mediana.

6 Las notas bimestrales de Eduardo, en matemáticas son; 10; 12; 15; 14. El profesor le ha dado la oportunidad de sustituir la nota más baja con una prueba. Eduardo aprovechó la oportunidad y logró obtener un promedio anual de 14. ¿Cuánto sacó en la prueba adicional?

Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

Edición Digital
2021

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com